HOCHSCHULE WISMAR
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Bereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. R. Dallmann

Modulprüfung Baustatik I am 4. Juli 2016

Name: . . . .

Matr.-Nr.: . . . .

In dieser Klausur werden 9 Aufgaben mit insgesamt 90 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten. 80 erreichte Punkte entsprechen der vollständigen Lösung**.**

Erlaubte Hilfsmittel:
Taschenrechner sowie die Tabellen zur Vorlesung Baustatik I.

- Ergebnisse werden nur gewertet, wenn der Rechenweg zweifelsfrei nachvollziehbar ist.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Die Verwendung von Kommunikationsmitteln ist untersagt.
- Ergebnisse sind mit Dezimalzahlen anzugeben.

Beachten Sie die anliegenden Systemskizzen!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte										

Aufgabe 1 (4 Punkte)

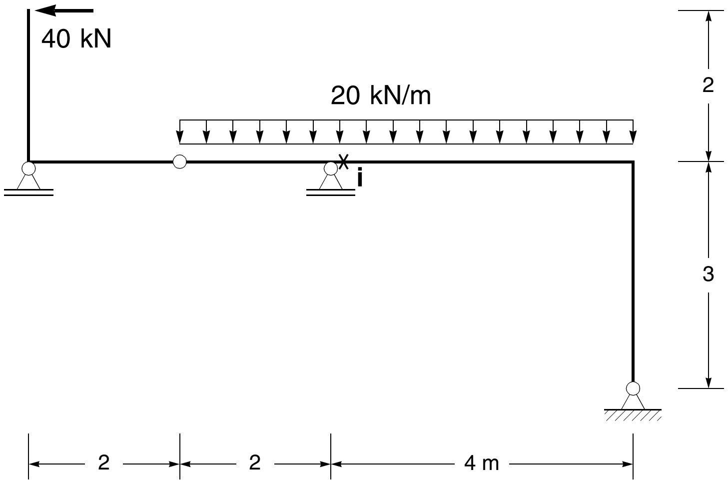
1.1 Welche mechanische Bedeutung haben die Koeffizienten des Gleichungssystems zur Bestimmung der Unbekannten des Kraftgrößenverfahrens?

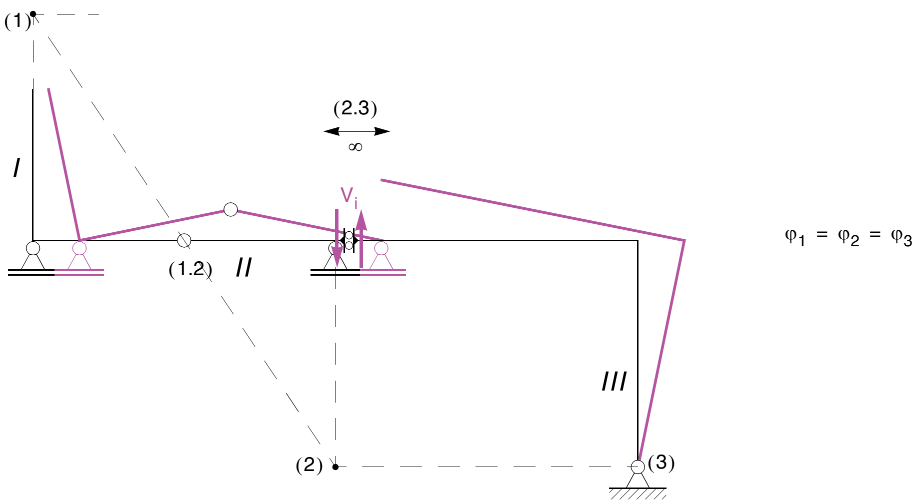
1.2 Welche mechanische Bedeutung haben die Gleichungen zur Bestimmung der Unbekannten des Drehwinkelverfahrens?

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Querkraft im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.

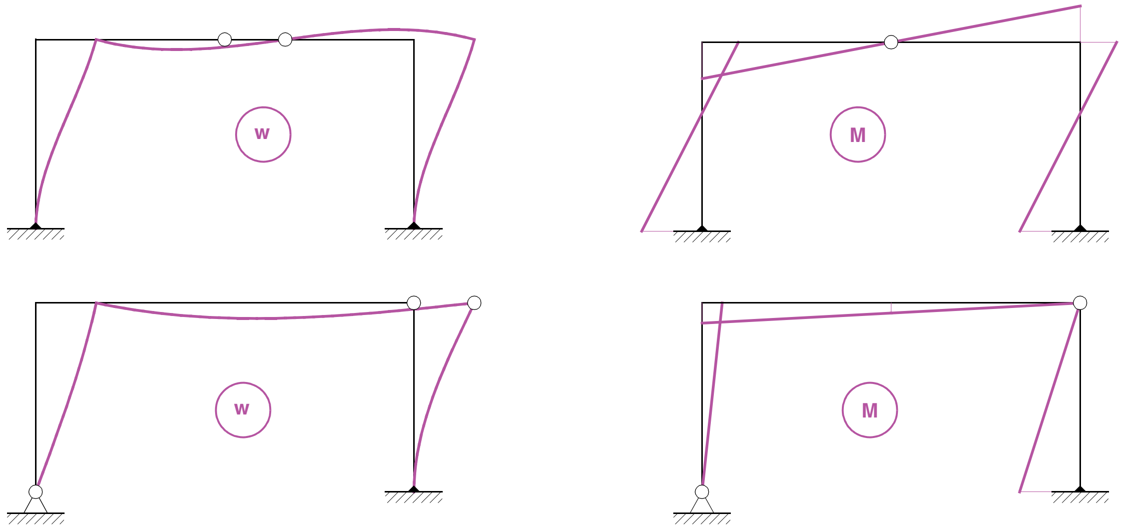




$$\sum \overline{W} = 0: \quad V_i \cdot \varphi \cdot 4 - 40 \cdot \varphi \cdot 1 - 20 \cdot 2 \cdot \varphi \cdot 1 - 20 \cdot 4 \cdot \varphi \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_i = 60$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

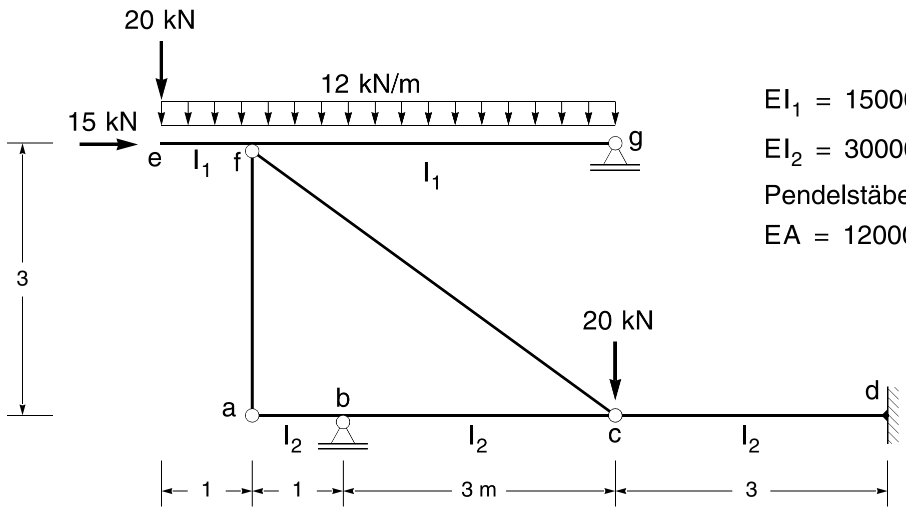
Skizzieren Sie für die nachfolgend dargestellten Systeme qualitativ die Verformung und die Momentenlinie infolge der angegebenen Kraft. Krümmungen sind deutlich zu kennzeichnen.



Aufgabe 4 (14 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System.
Ermitteln Sie die vertikale und horizontale Verschiebung des Punktes e infolge der angegebenen Belastung.

Die Normalkraftverformung in den Pendelstäben ist zu berücksichtigen.

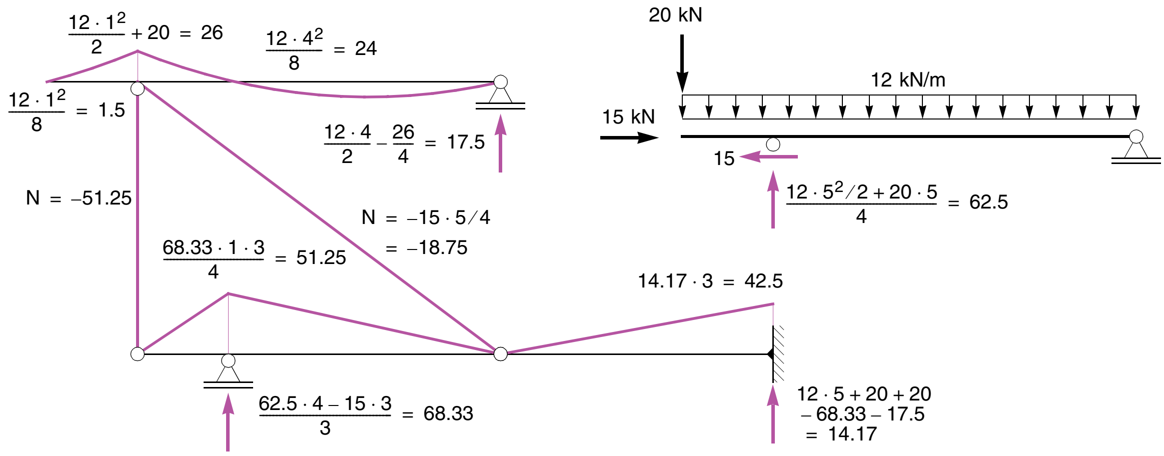


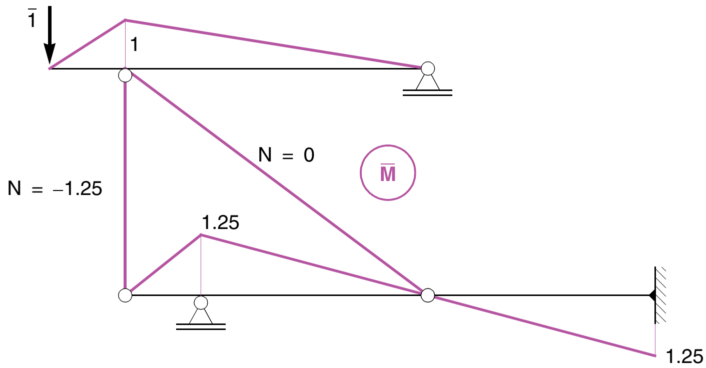
$EI_1 = 15000 \text{ kNm}^2$

$EI_2 = 30000 \text{ kNm}^2$

Pendelstäbe:

$EA = 120000 \text{ kN}$

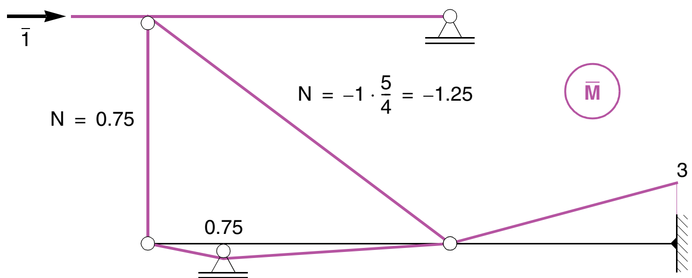




$$\delta_d' = 2.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 26 - 2.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 24 - 2.0 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1.5 + 1.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.25 \cdot 51.25$$

$$- 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.25 \cdot 42.5 + 0.25 \cdot 3 \cdot 1.25 \cdot 51.25 = 102.00521$$

$$\delta_d = \frac{102.00521}{30000} = 0.0034001736$$



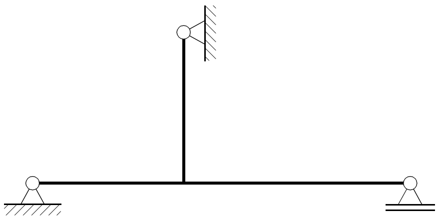
$$\delta_d' = -1.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.75 \cdot 51.25 + 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 42.5 - 0.25 \cdot 3 \cdot 0.75 \cdot 51.25 + 0.25 \cdot 5 \cdot 1.25 \cdot 18.75$$

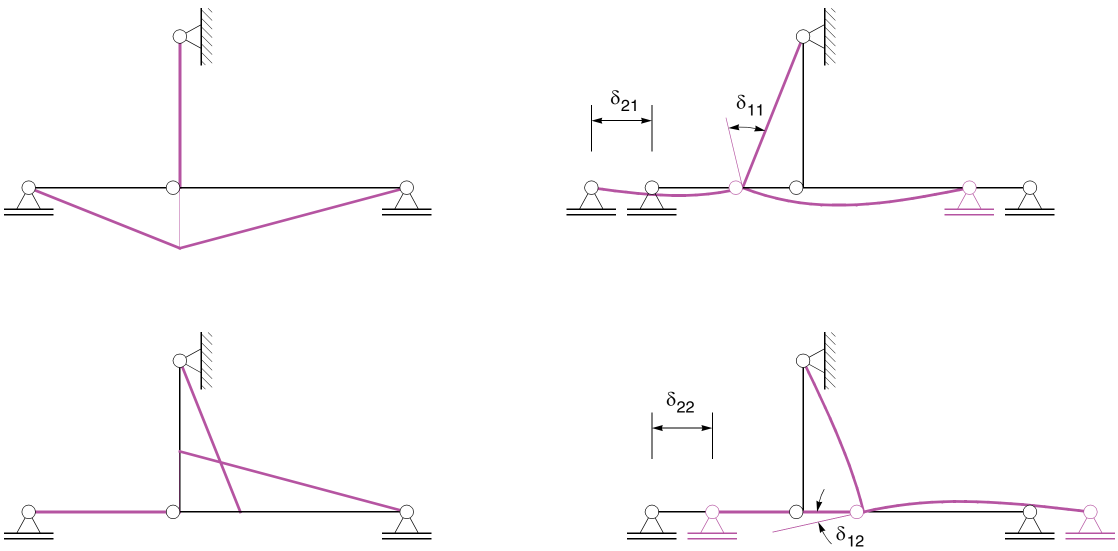
$$= 76.71875$$

$$\delta_d = \frac{76.71875}{30000} = 0.0025572917$$

Aufgabe 5 (8 Punkte)

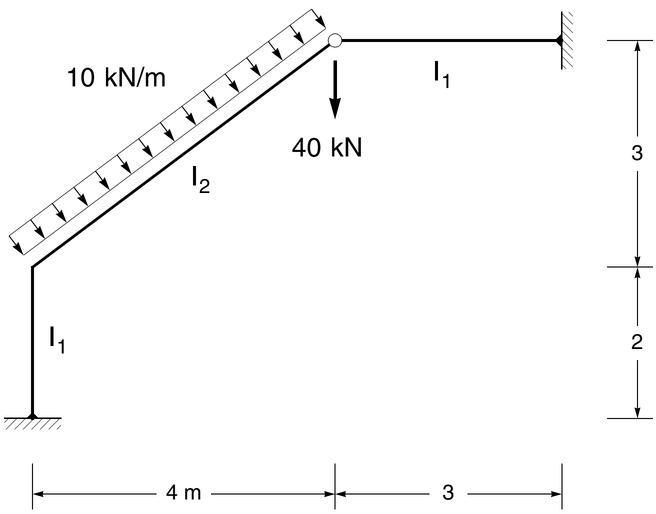
Skizzieren Sie für das dargestellte System qualitativ die Einheitsspannungszustände sowie die zugehörigen Biegelinien. Das zu verwendende Hauptsystem ist vorgegeben. Zeichnen Sie die Werte δ_{11}, δ_{12}, δ_{21} und δ_{22} in die entsprechenden Skizzen ein.





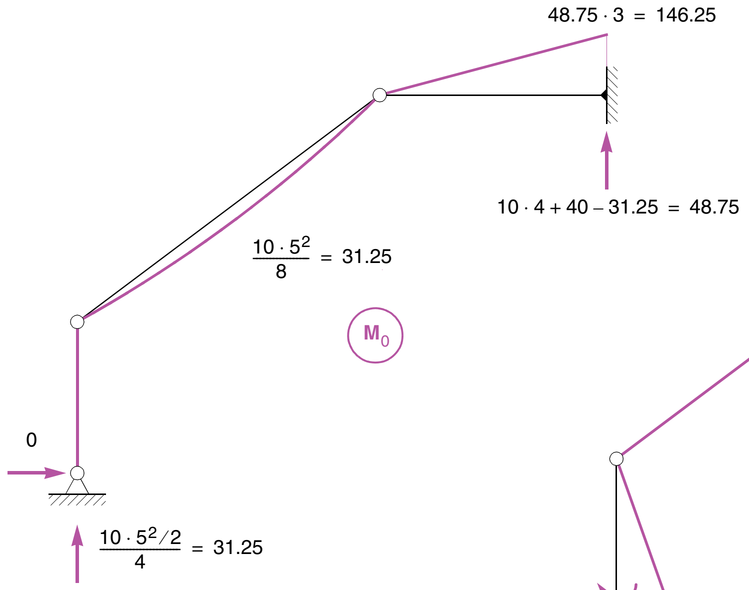
Aufgabe 6 (14 Punkte)

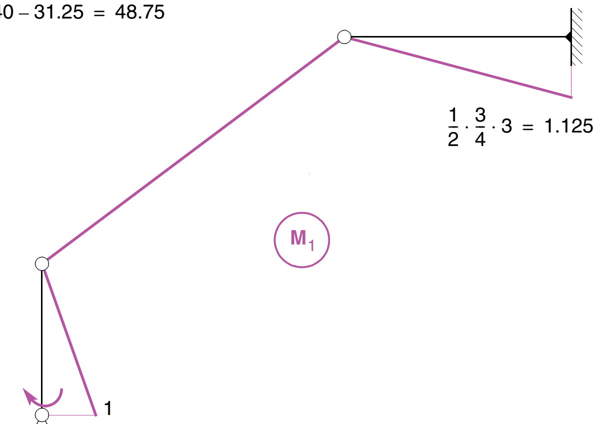
Das nachfolgend dargestellte System ist nach dem Kraftgrößenverfahren zu berechnen. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.



$EI_1 = 60000 \text{ kNm}^2$

$EI_2 = 20000 \text{ kNm}^2$





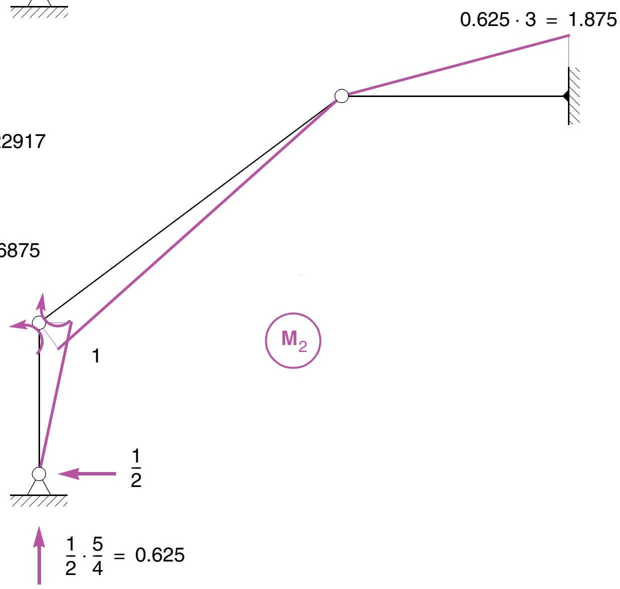
$$\delta'_{11} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.125^2 = 1.9322917$$

$$\delta'_{12} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 - 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.125 \cdot 1.875 = -1.7760417$$

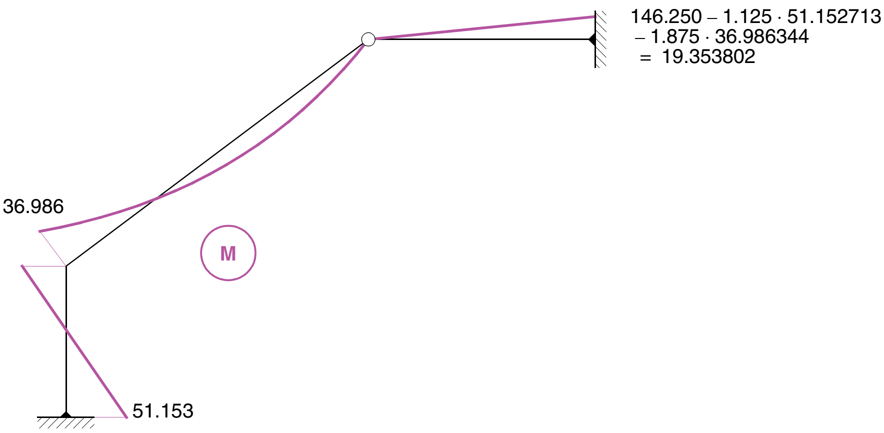
$$\delta'_{22} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.875^2 = 9.1822917$$

$$\delta'_{10} = -1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.125 \cdot 146.250 = -164.53125$$

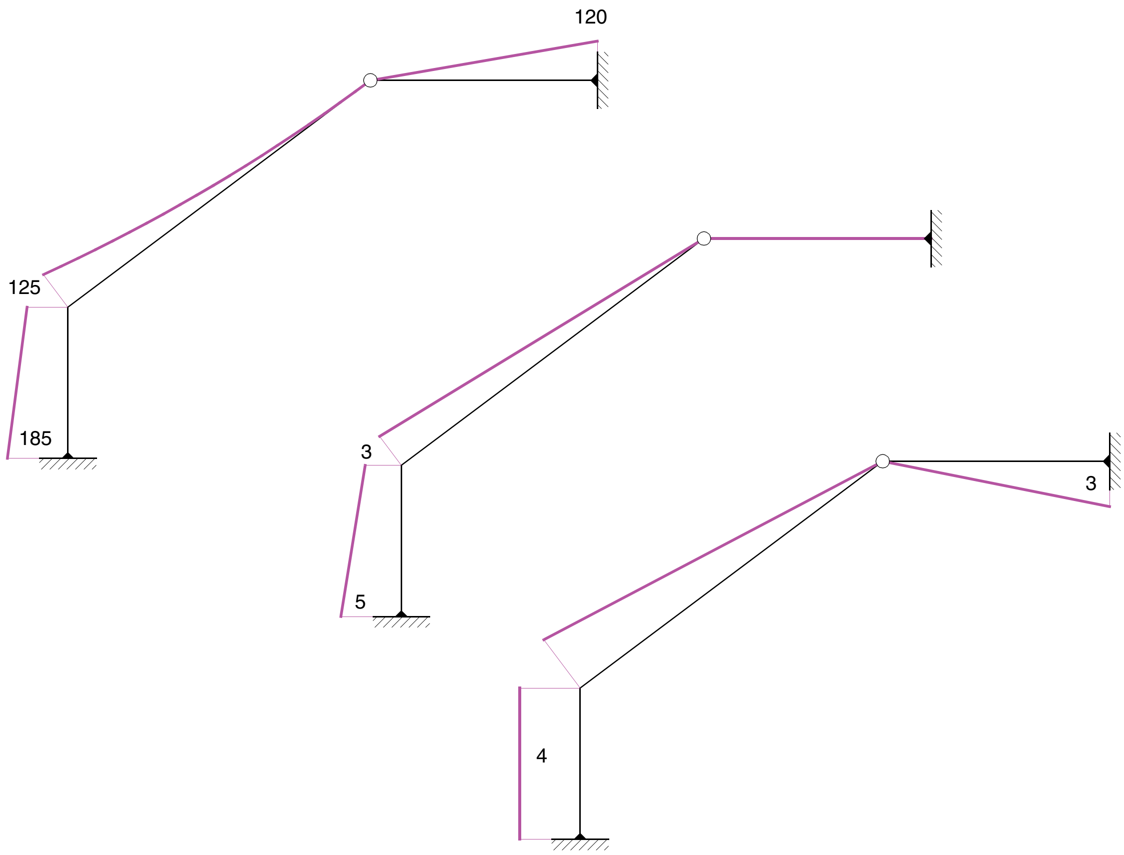
$$\delta'_{20} = 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 31.25 + 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.875 \cdot 146.250 = 430.46875$$



$$\begin{bmatrix} 1.9322917 & -1.7760417 \\ -1.7760417 & 9.1822917 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -164.53125 \\ 430.46875 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.152713 \\ -36.986344 \end{bmatrix}$$



alternatives HS



$$\delta'_{11} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (5^2 + 5 \cdot 3 + 3^2) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^2 = 77.666667$$

$$\delta'_{12} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (5 + 3) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 92$$

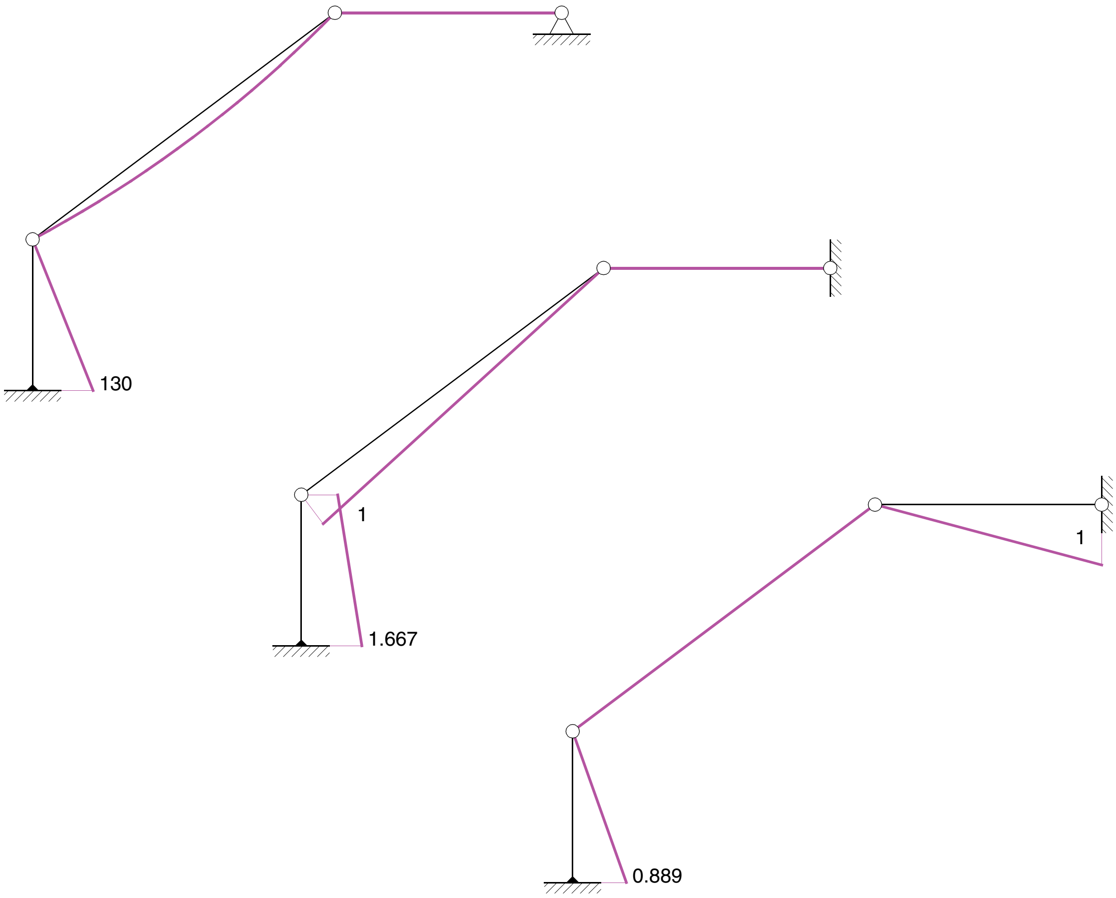
$$\delta'_{22} = 1.0 \cdot 2 \cdot 4^2 + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4^2 + 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^2 = 121$$

$$\delta'_{10} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot (5 \cdot (2 \cdot 185 + 125) + 3 \cdot (2 \cdot 125 + 185)) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 125 - 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 31.25 = 2666.25$$

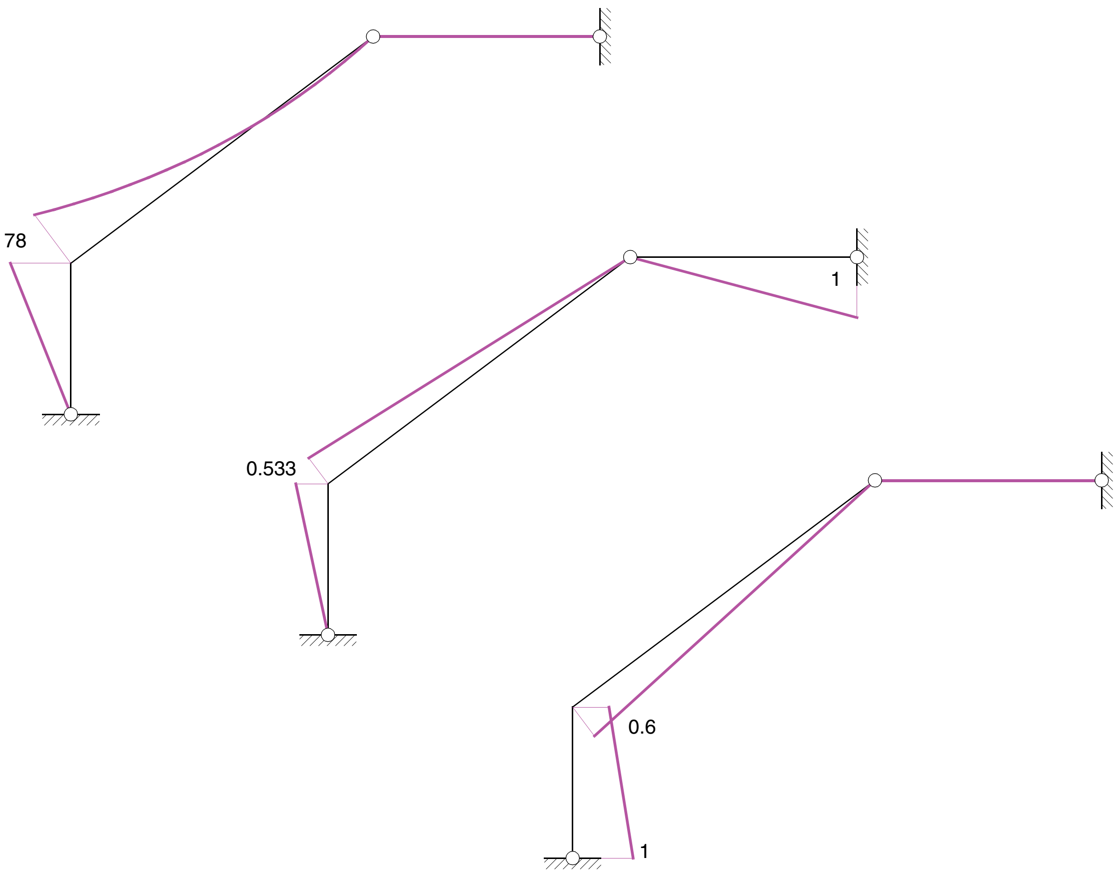
$$\delta'_{20} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (185 + 125) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 125 - 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 31.25 - 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 120 = 2755$$

$$\begin{bmatrix} 77.666667 & 92 \\ 92 & 121 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2666.25 \\ 2755 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -74.069529 \\ 33.548733 \end{bmatrix}$$

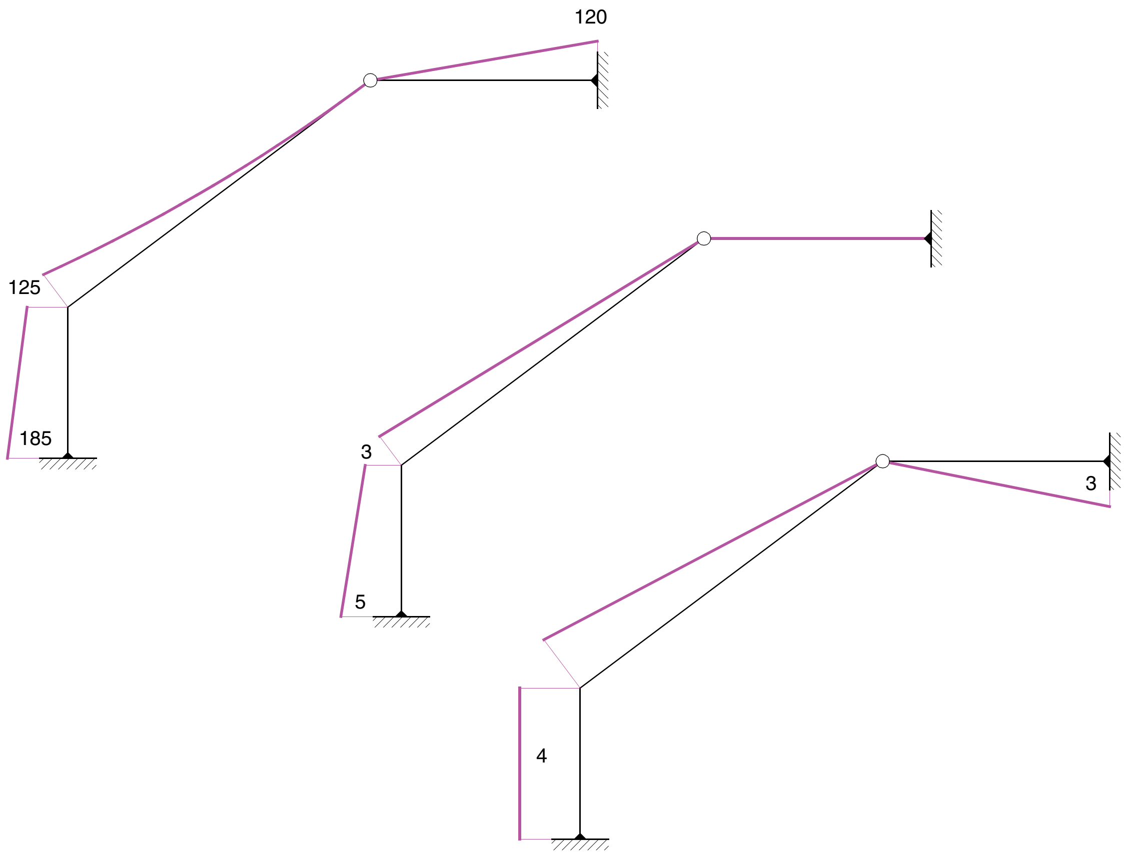
alternatives HS



alternatives HS



alternatives HS



$$\delta'_{11} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (5^2 + 5 \cdot 3 + 3^2) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^2 = 77.666667$$

$$\delta'_{12} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (5 + 3) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 92$$

$$\delta'_{22} = 1.0 \cdot 2 \cdot 4^2 + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4^2 + 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^2 = 121$$

$$\delta'_{10} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot (5 \cdot (2 \cdot 185 + 125) + 3 \cdot (2 \cdot 125 + 185)) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 125 - 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 31.25 = 2666.25$$

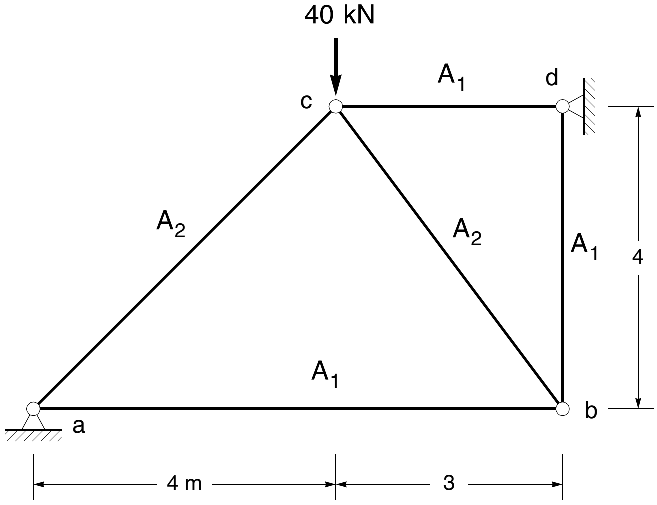
$$\delta'_{20} = 1.0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (185 + 125) + 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 125 - 3.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 31.25 - 1.0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 120 = 2755$$

$$\begin{bmatrix} 77.666667 & 92 \\ 92 & 121 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2666.25 \\ 2755 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -74.069529 \\ 33.548733 \end{bmatrix}$$

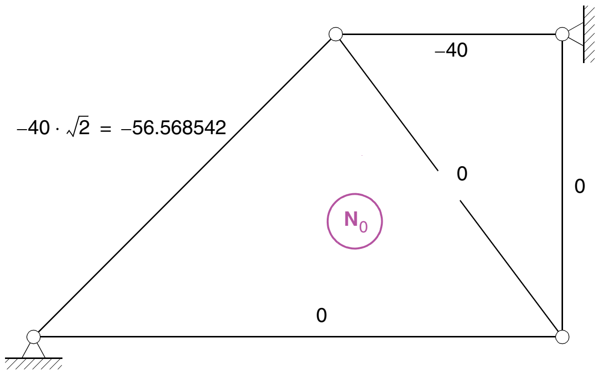
Aufgabe 7 (8 Punkte)

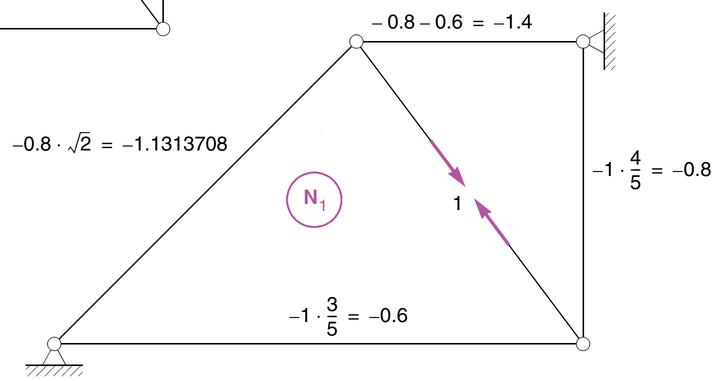
Gegeben ist das dargestellte System. Ermitteln Sie die Normalkräfte in den Stäben infolge der angegebenen Kraft.

Die Verläufe der Normalkräfte brauchen nicht gezeichnet zu werden.



$A_2 = 1.5 \cdot A_1$



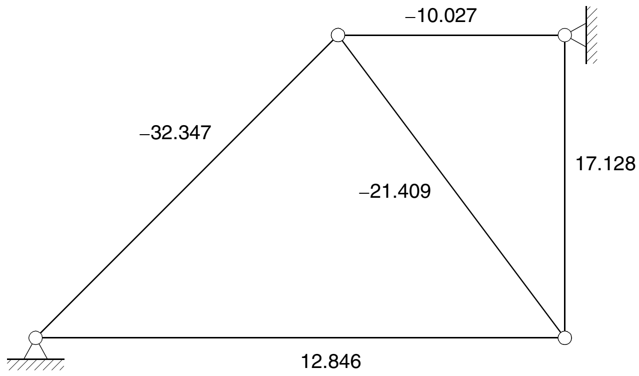


$$\delta'_{11} = 1.5 \cdot 3 \cdot 1.4^2 + 1.5 \cdot 4 \cdot 0.8^2 + 1.5 \cdot 7 \cdot 0.6^2 + 1.0 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 1.1313708^2 + 1.0 \cdot 5 \cdot 1^2 = 28.680773$$

$$\delta'_{10} = 1.5 \cdot 3 \cdot 1.4 \cdot 40 + 1.0 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 1.1313708 \cdot 56.568542 = 614.03867$$

$$X = -\frac{614.03867}{28.680773} = -21.409418$$

$$\begin{bmatrix} N_{ab} \\ N_{ac} \\ N_{bc} \\ N_{bd} \\ N_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ -56.568542 & -1.1313708 \\ 0 & 1 \\ 0 & -0.8 \\ -40 & -1.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -21.409418 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.845651 \\ -32.346551 \\ -21.409418 \\ 17.127535 \\ -10.026815 \end{bmatrix}$$



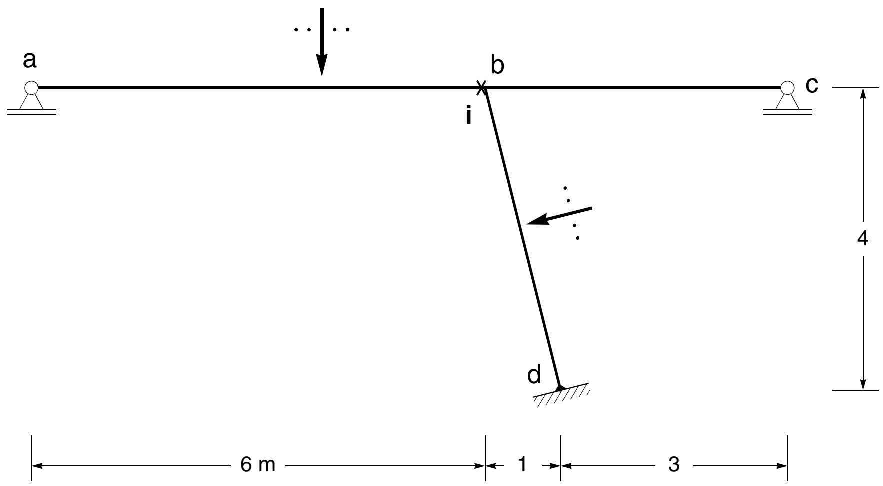
Aufgabe 8 (17 Punkte)

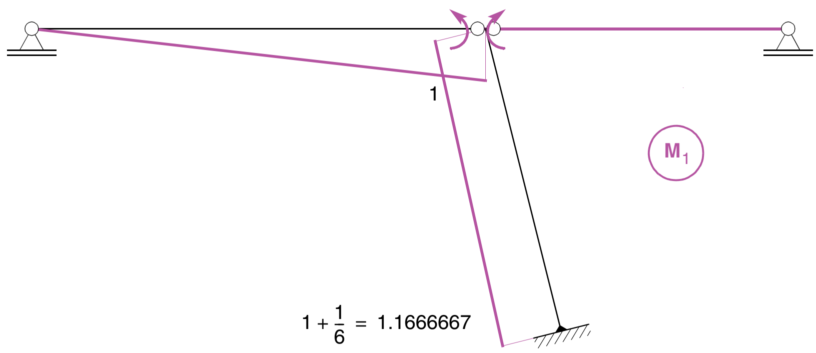
Für das dargestellte System soll die Einflusslinie für das Moment im Punkt i ermittelt werden.

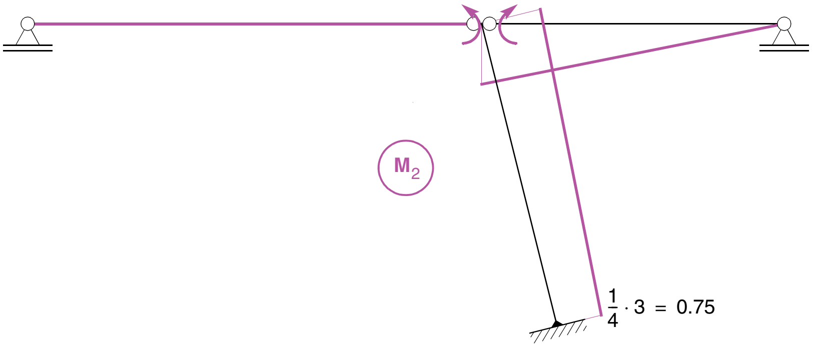
8.1 Ermitteln Sie die für die Berechnung der Einflusslinie erforderliche Momentenlinie.

8.2 Ermitteln Sie die Ordinate der Einflusslinie im Punkt b für eine vertikale Wanderlast.

8.3 Skizzieren Sie die Einflusslinie.





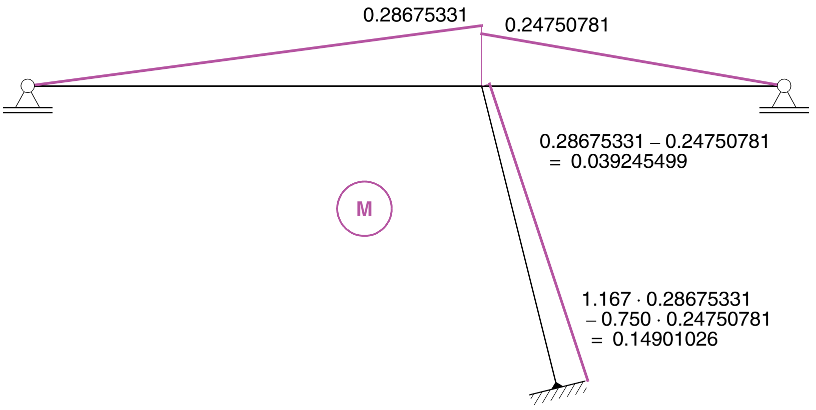


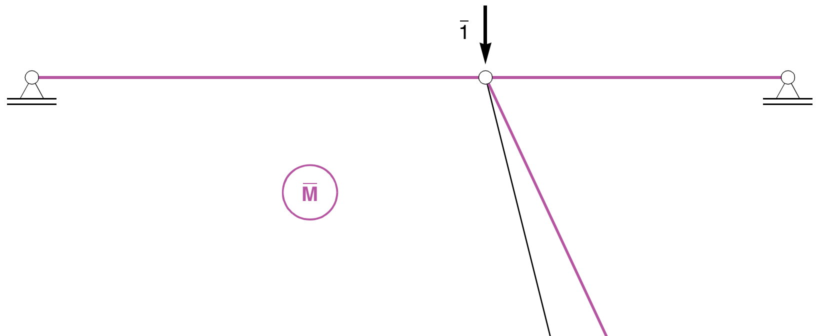
$$\delta'_{11} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \sqrt{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot (1.1667^2 + 1.1667 \cdot 1 + 1^2) = 6.8484668 \qquad \delta'_{10} = -EI_c \cdot [1 \cdot (-1)] = EI_c$$

$$\delta'_{12} = -\sqrt{17} \cdot \frac{1}{6} \cdot [0.75 \cdot (2 \cdot 1.1667 + 1) + 1 \cdot (2 \cdot 1 + 1.1667)] = -3.8941015 \qquad \delta'_{20} = -EI_c \cdot [0 \cdot (-1)] = 0$$

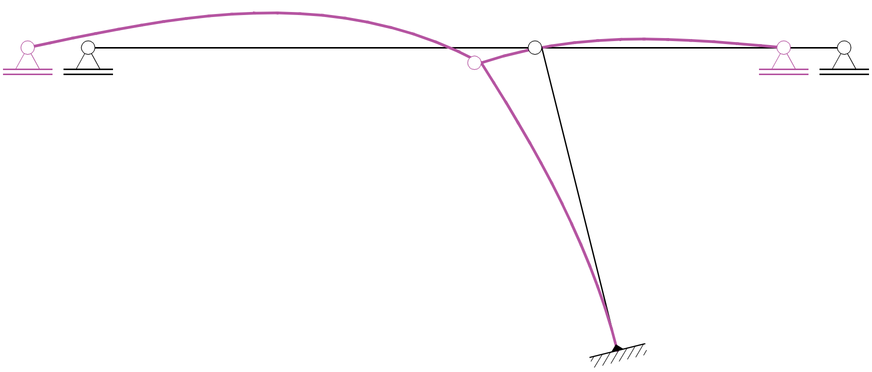
$$\delta'_{22} = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \sqrt{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot (0.75^2 + 0.75 \cdot 1 + 1^2) = 4.5115606$$

$$\begin{bmatrix} 6.8484668 & -3.8941015 \\ -3.8941015 & 4.5115606 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} EI_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.28675331 \\ -0.24750781 \end{bmatrix} EI_c$$

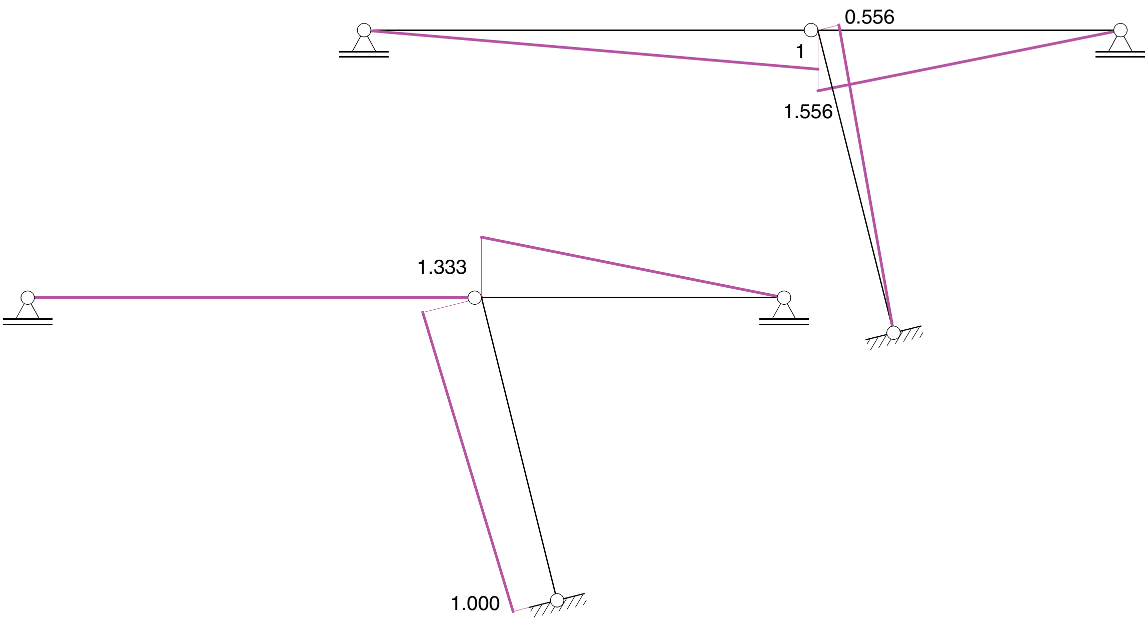




$$\eta_i = \sqrt{17} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 0.14901026 + 0.039245499) = 0.2317639$$



alternatives HS

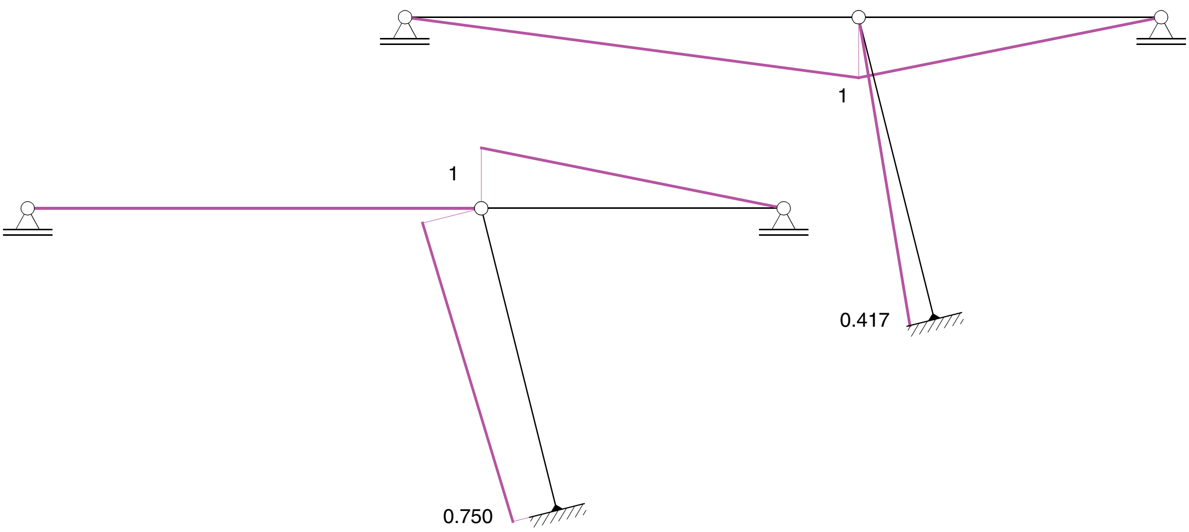


$$\delta'_{11} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \sqrt{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.556^2 + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.556^2 = 5.6530481 \qquad \delta'_{10} = -EI_c \cdot [1 \cdot (-1)] = EI_c$$

$$\delta'_{12} = -\sqrt{17} \cdot \frac{1}{6} \cdot 0.556 \cdot (2 \cdot 1.333 + 1) - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.333 \cdot 1.556 = -4.1662156 \qquad \delta'_{20} = -EI_c \cdot [0 \cdot (-1)] = 0$$

$$\delta'_{22} = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.333^2 + \sqrt{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot (1.333^2 + 1.333 \cdot 1 + 1^2) = 8.0176875$$

$$\begin{bmatrix} 5.6530481 & -4.1662156 \\ -4.1662156 & 8.0176875 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} EI_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.28668365 \\ -0.14896888 \end{bmatrix} EI_c$$



$$\delta'_{11} = 10 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \sqrt{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.41666667^2 = 3.571939 \qquad \delta'_{10} = -EI_c \cdot [1 \cdot (-1)] = EI_c$$

$$\delta'_{12} = \sqrt{17} \cdot \frac{1}{6} \cdot 0.41666667 \cdot (2 \cdot 0.75 + 1) - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 = -0.61751638 \qquad \delta'_{20} = -EI_c \cdot [0 \cdot (-1)] = 0$$

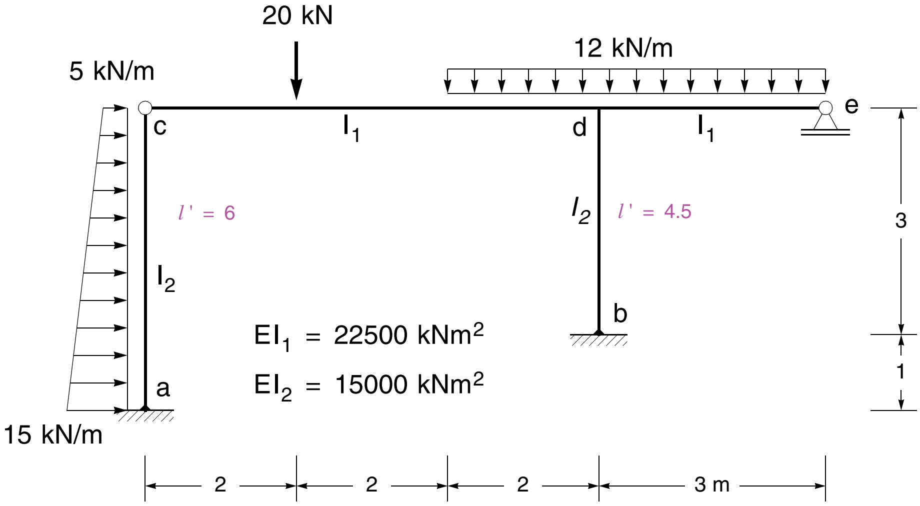
$$\delta'_{22} = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \sqrt{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot (0.75^2 + 0.75 \cdot 1 + 1^2) = 4.5115606$$

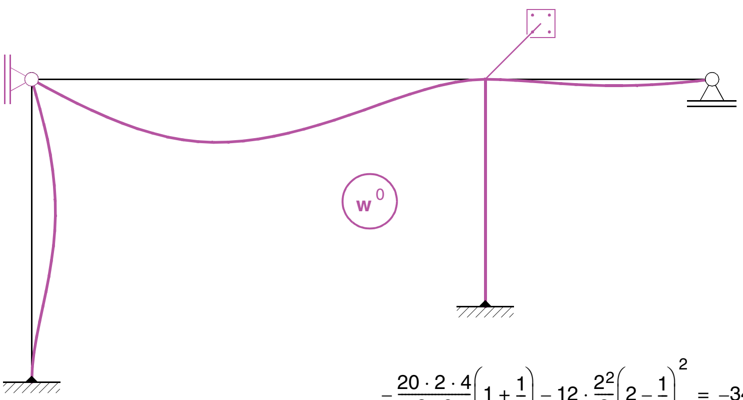
$$\begin{bmatrix} 3.571939 & -0.61751638 \\ -0.61751638 & 4.5115606 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} EI_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.28674518 \\ -0.039248026 \end{bmatrix} EI_c$$

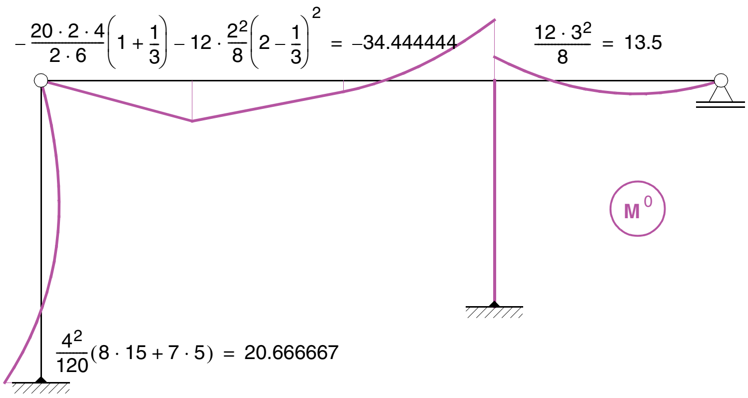
Aufgabe 9   (13 Punkte)

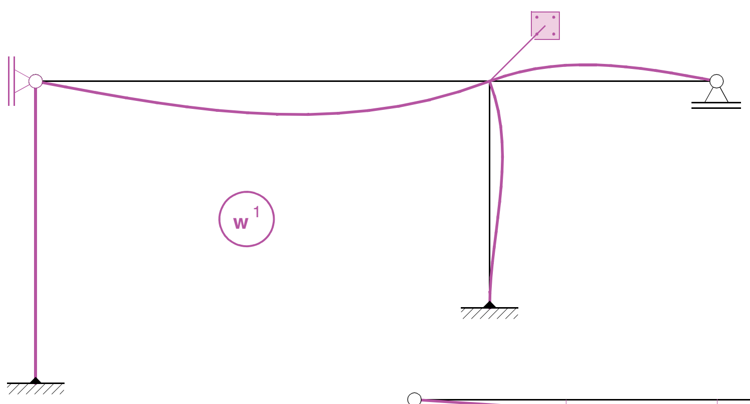
Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.
Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

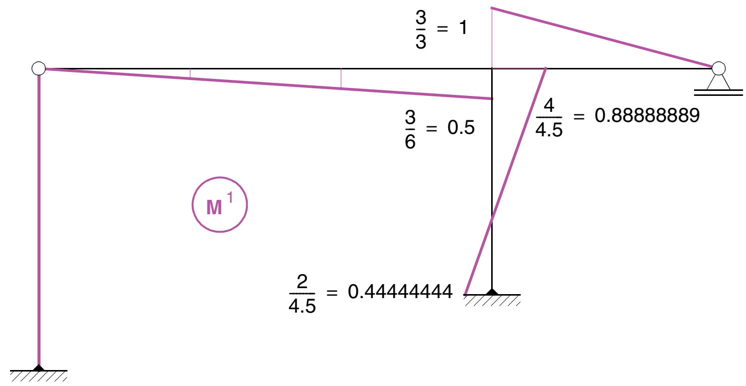
Für die Einheits- und Lastzustände sind w und M darzustellen.

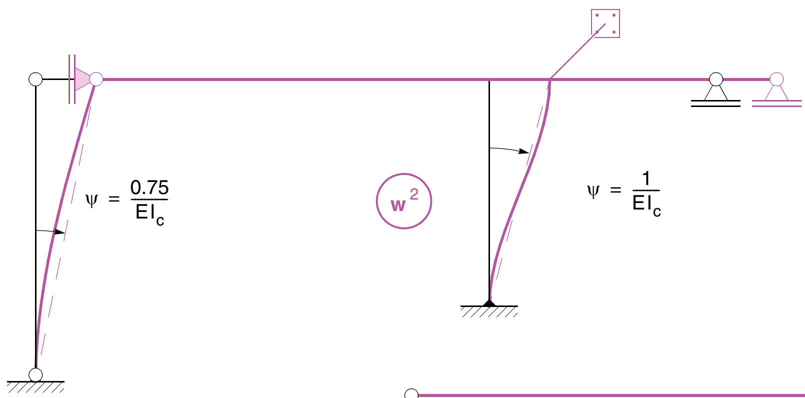


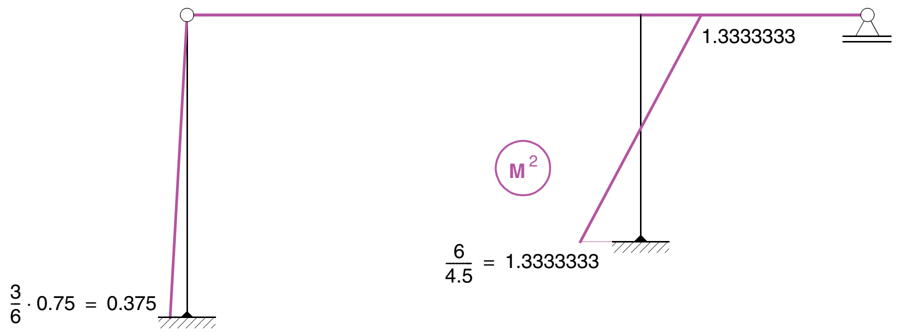


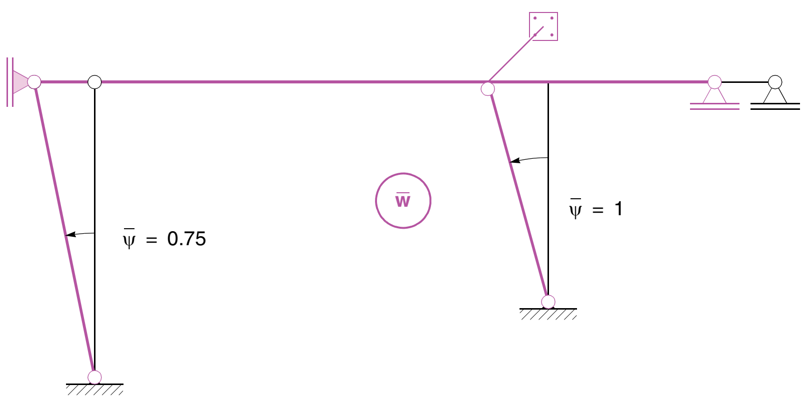



w 1


3/3 = 1
3/6 = 0.5
4/4.5 = 0.88888889
M 1
2/4.5 = 0.44444444


ψ = 0.75/EI_c
w 2
ψ = 1/EI_c


1.3333333
M 2
6/4.5 = 1.3333333
3/6 · 0.75 = 0.375


w̄
ψ̄ = 1
ψ̄ = 0.75

$$\sum M_c = (1 + 0.88888889 + 0.5) \cdot Y_1 0.5 + 1.3333333 \cdot Y_2 + 13.5 - 34.444444 = 0$$

$$\sum \overline{W} = (0.88888889 + 0.44444444) \cdot 1 \cdot Y_1 + ((1.3333333 + 1.3333333) \cdot 1 + 0.375 \cdot 0.75) \cdot Y_2$$
$$+ 20.666667 \cdot 0.75 - 5 \cdot 4 \cdot 1.5 - 10 \cdot 4 / 2 \cdot 1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2.3888889 & 1.3333333 \\ 1.3333333 & 2.9479167 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20.944444 \\ -34.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.9903265 \\ 10.350665 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ac} \\ M_{dc} \\ M_{de} \\ M_{db} \\ M_{bd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.666667 & 0 & 0.375 \\ -34.444444 & 0.5 & 0 \\ 17.778 & 1 & 0 \\ 0 & 0.88888889 & 1.3333333 \\ 0 & 0.44444444 & 1.3333333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2.9903265 \\ 10.350665 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.548166 \\ -32.949281 \\ 20.768326 \\ 16.458955 \\ 15.129921 \end{bmatrix}$$