

## Modulprüfung Baustatik I am 25. November 2016

Name: .....

Matr.-Nr.: .....

In dieser Klausur werden 9 Aufgaben mit insgesamt 90 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten. 80 erreichte Punkte entsprechen der vollständigen Lösung.

Erlaubte Hilfsmittel:

Taschenrechner sowie die Tabellen zur Vorlesung Baustatik I.

- Ergebnisse werden nur gewertet, wenn der Rechenweg zweifelsfrei nachvollziehbar ist.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Die Verwendung von Kommunikationsmitteln ist untersagt.
- Ergebnisse sind mit Dezimalzahlen anzugeben.

Beachten Sie die anliegenden Systemskizzen!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte										

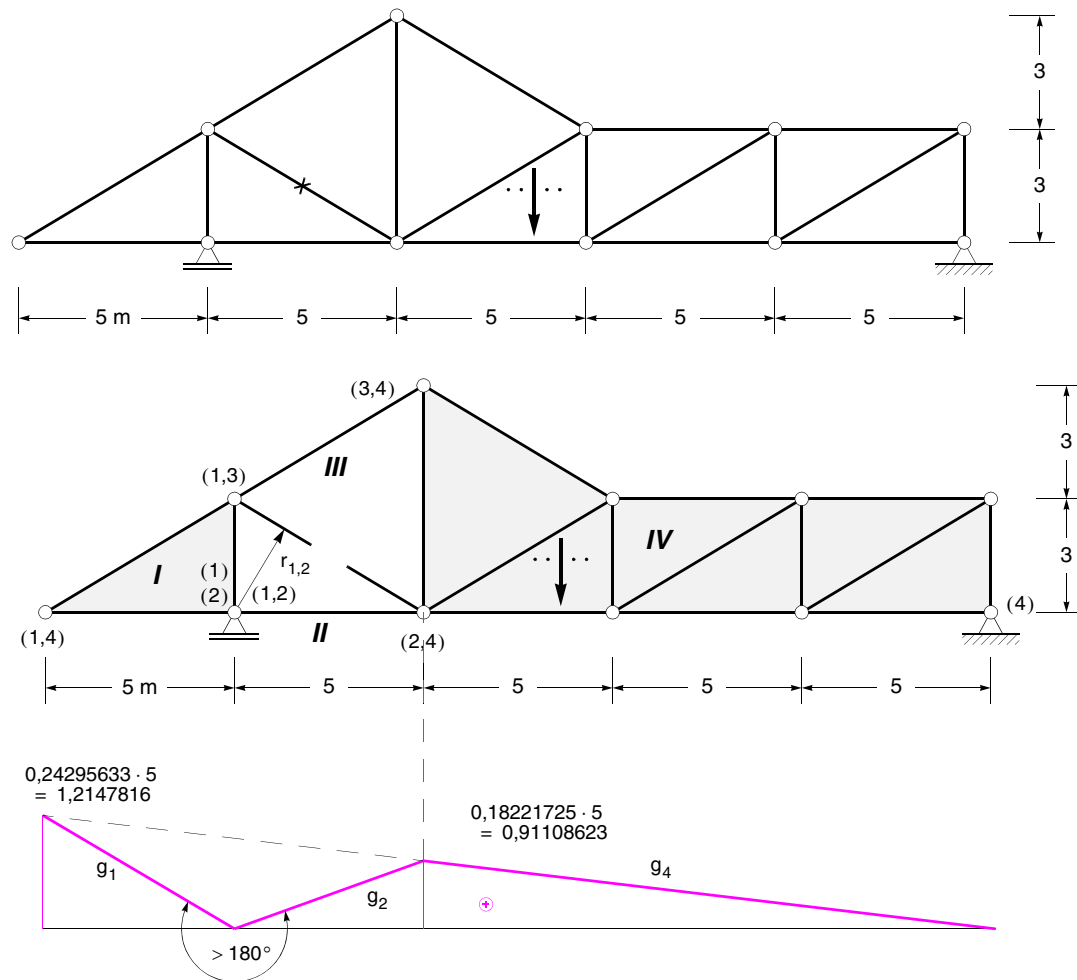
### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Erläutern Sie den Unterschied zwischen einer Zustandslinie und einer Einflusslinie.

### Aufgabe 2 (9 Punkte)

Ermitteln Sie für das dargestellte Fachwerksystem die Einflusslinie für die Kraft im angekreuzten Stab nach der kinematischen Methode.

Die Bestimmung der Einflusslinienordinaten sowie des Vorzeichens muss zweifelsfrei nachvollziehbar sein



$$r_{1,2} = 5 \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} = 2,5724788$$

$$\varphi_{1,2} = 1/r_{1,2} = \frac{1}{2,5724788} = 0,38873013$$

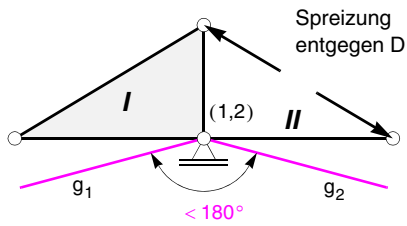
$$\varphi_{1,2} = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\varphi_2 = \varphi_4 \cdot 3/1 = 3\varphi_4$$

$$\varphi_4 = \varphi_1 \cdot 1/5 = \frac{1}{5}\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2 = 3\varphi_4 = 3 \cdot \frac{1}{5}\varphi_1 = \frac{3}{5}\varphi_1$$

$$\Rightarrow \varphi_{1,2} = \varphi_1 + \frac{3}{5}\varphi_1 = \frac{8}{5}\varphi_1 = 0,38873013$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 0,24295633 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{3}{5}0,24295633 = 0,1457738$$



in Skizze: Spreizung „-1“ bewirkt einen Winkel  $< 180^\circ$  unterhalb von II und IV

in EL: Der Winkel unterhalb  $g_1$  und  $g_2$  ist  $> 180^\circ$

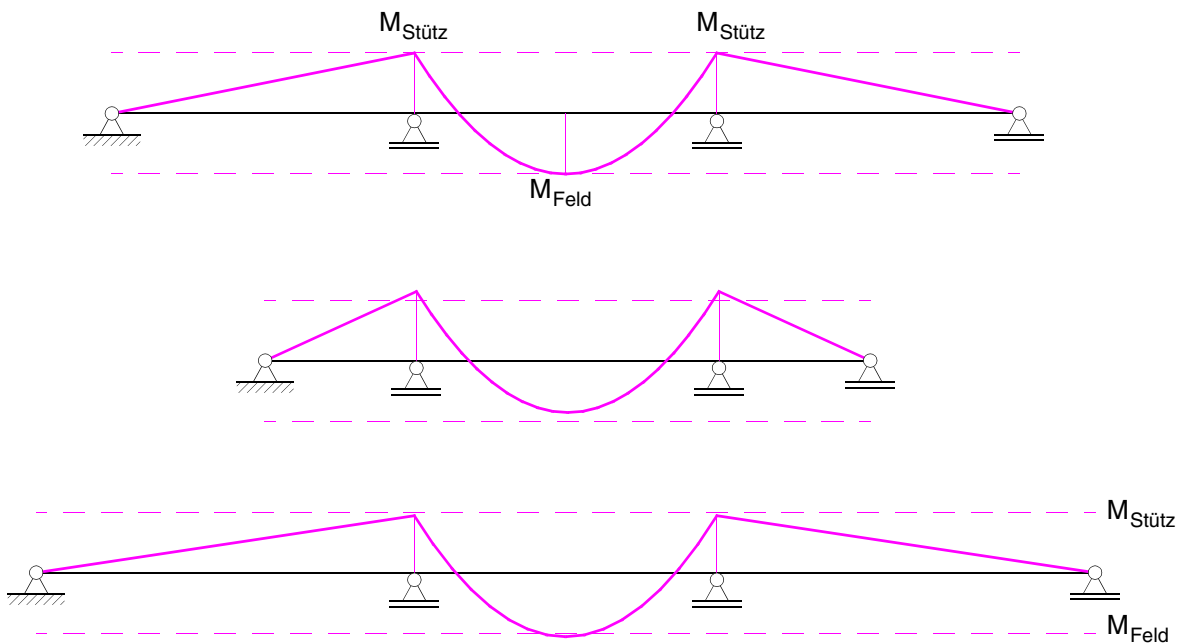
Widerspruch  $\Rightarrow$  in Lastrichtung ( $\downarrow$ ) negativ!

### Aufgabe 3 (6 Punkte)

Der nachfolgend dargestellte Dreifeldträger wird durch eine Gleichstreckenlast im mittleren Feld beansprucht. Angegeben ist die zugehörige Momentenlinie.

3.1 Geben Sie an, wie sich das Stützmoment verändert, wenn die Biegesteifigkeit der Randfelder verringert wird.

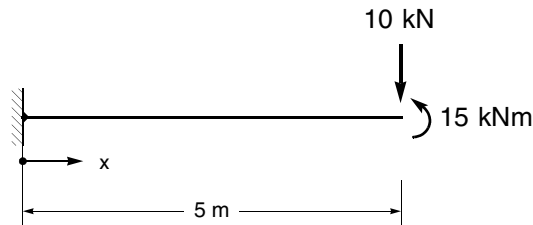
3.2 Wie ändert sich die Momentenlinie, wenn die Abmessungen der Randfelder verändert werden? Skizzieren Sie die Momentenlinien. Stellen Sie insbesondere die Veränderung der Stütz- und Feldmomente dar.



### Aufgabe 4 (6 Punkte)

Gegeben ist der dargestellte Einfeldträger

- 4.1 Ermitteln Sie den Verlauf des Biegemomentes  $M(x)$  infolge der angegebenen Belastung.
- 4.2 Ermitteln Sie den Verlauf der EI-fachen Durchbiegung  $EIw(x)$  durch Lösung der Differentialgleichung aus dem Momentenverlauf nach 4.1.



$$M(x) = 10x - 35$$

$$EIw''(x) = -M(x) = -10x + 35$$

$$EIw'(x) = -5x^2 + 35x + c_1$$

$$EIw(x) = -\frac{5}{3}x^3 + 17,5x^2 + c_1x + c_2$$

Randbedingungen:

$$w(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

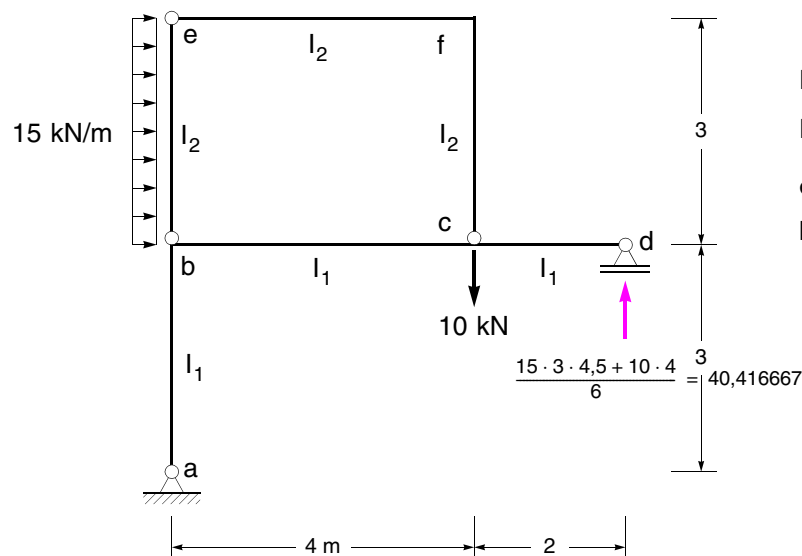
$$w'(0) = 0 = 0 \Rightarrow c_1 = 0$$

$$EIw(x) = -\frac{5}{3}x^3 + 17,5x^2$$

### Aufgabe 5 (13 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System.

- 5.1 Ermitteln Sie die Drehung des Punktes f infolge der angegebenen Belastung.
- 5.2 Ermitteln Sie die Verschiebung des Punktes e infolge einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 30^\circ$  (unten wärmer) im Bereich b – c – d.



$$EI_1 = 20000 \text{ kNm}^2$$

$$EI_2 = 8000 \text{ kNm}^2$$

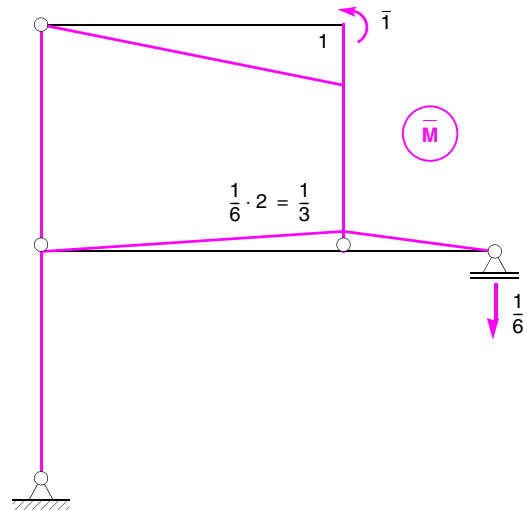
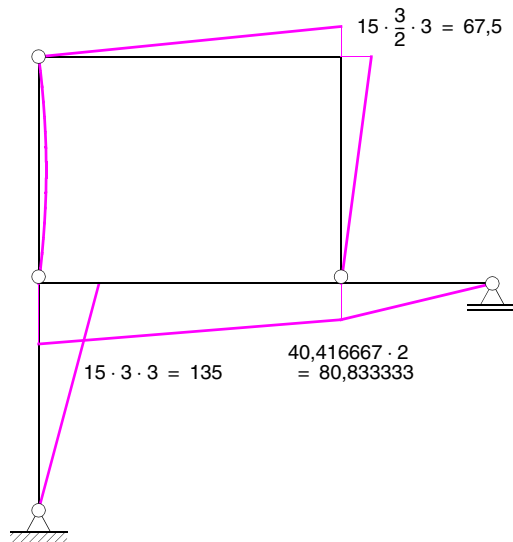
$$\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5}$$

$$h = 0,4 \text{ m}$$

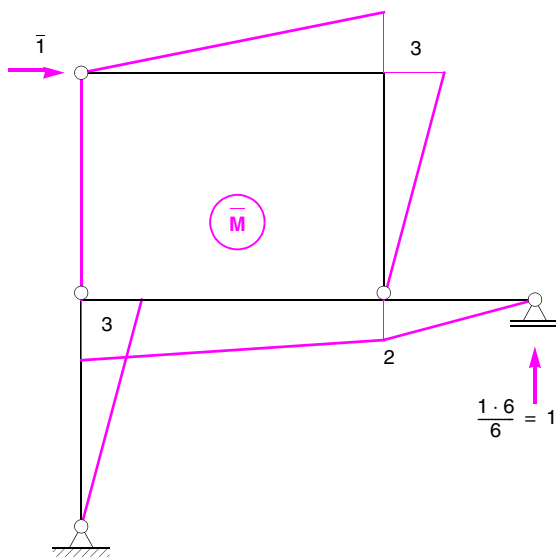
$$EI_c = EI_1$$

$$\frac{I_c}{I_2} = 2,5$$

$$\frac{15 \cdot 3 \cdot 4,5 + 10 \cdot 4}{6} = 40,416667$$



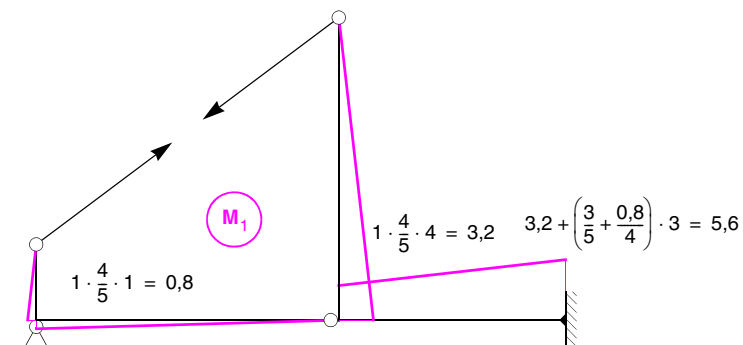
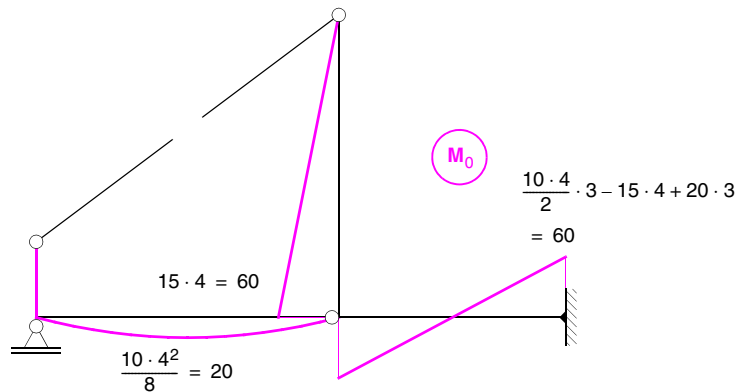
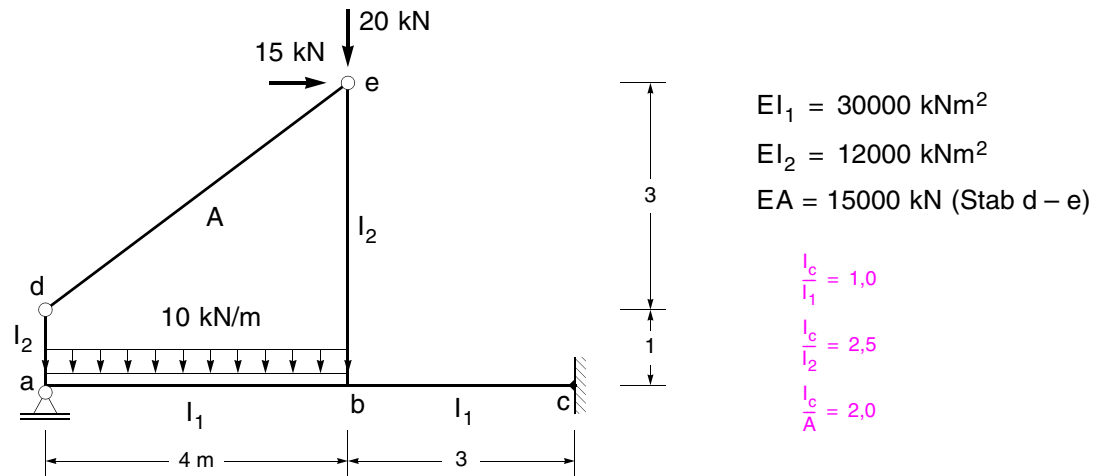
$$\begin{aligned} \varphi'_f &= -1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot 80,833333 + 135) - 1,0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 80,833333 - 2,5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 67,5 \\ &= -308,88889 \\ \varphi_f &= \frac{308,88889}{20000} = 0,015444444 \end{aligned}$$

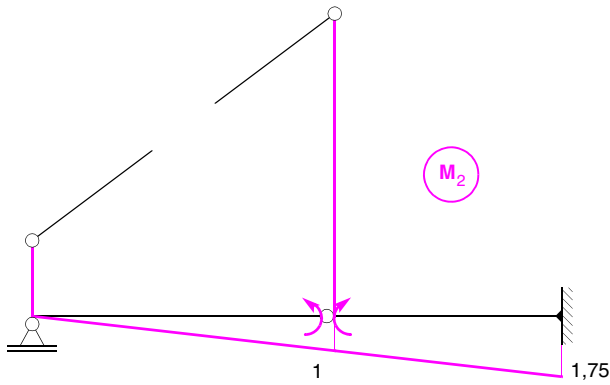


$$\delta_e = \left[ 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 + 2) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right] \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{30}{0,4} = 0,0108$$

## Aufgabe 6 (16 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach dem Kraftgrößenverfahren zu berechnen. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung. Die Normalkraftverformung im Stab d – e ist zu berücksichtigen.





$$\delta'_{11} = (1,0 \cdot 4 + 2,5 \cdot 1) \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,8^2 + 1,0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot (3,2^2 + 3,2 \cdot 5,6 + 5,6^2) + 2,5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,2^2 + 2,0 \cdot 5 \cdot 1^2 = 105,04$$

$$\delta'_{12} = 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 0,8 - 1,0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot [1 \cdot (2 \cdot 3,2 + 5,6) + 1,75 \cdot (2 \cdot 5,6 + 3,2)] = -18,066667$$

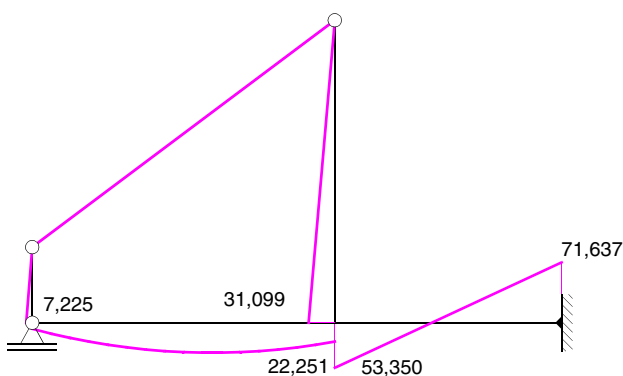
$$\delta'_{22} = 1,0 \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,75^2 = 7,1458333$$

$$\delta'_{10} = 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,8 \cdot 20 + 1,0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot [-60 \cdot (2 \cdot 3,2 + 5,6) + 60 \cdot (2 \cdot 5,6 + 3,2)] - 2,5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,2 \cdot 60 = -546,66667$$

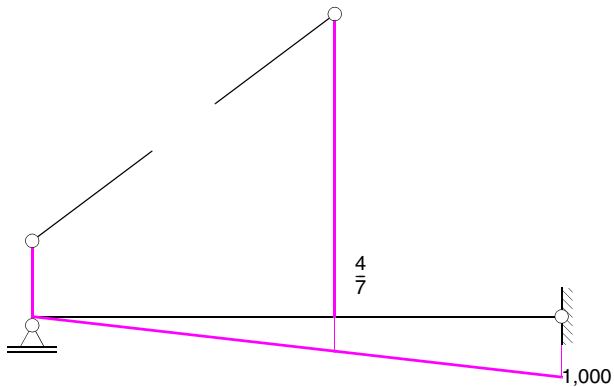
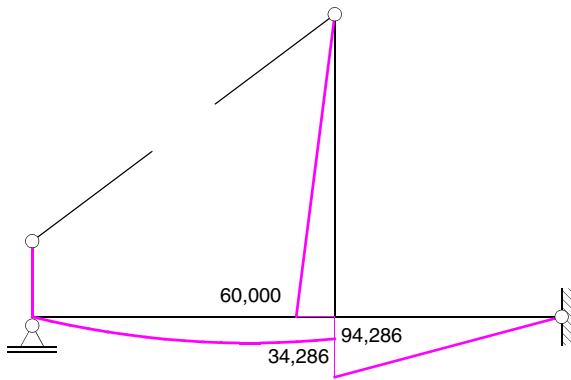
$$\delta'_{20} = 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 20 + 1,0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot [1 \cdot (2 \cdot 60 - 60) + 1,75 \cdot (-2 \cdot 60 + 60)] = 4,1666667$$

$$\begin{bmatrix} 105,04 & -18,066667 \\ -18,066667 & 7,1458333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -546,66667 \\ 4,1666667 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,0315094 \\ 22,251093 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_a \\ M_{be} \\ M_{ba} \\ M_{bc} \\ M_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,8 & 0 \\ 60 & -3,2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 60 & -3,2 & 1 \\ -60 & -5,6 & 1,75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 9,0315094 \\ 22,251093 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,2252076 \\ 31,09917 \\ 22,251093 \\ 53,350263 \\ -71,63704 \end{bmatrix}$$



alternatives HS



$$\delta'_{11} = 2,5 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,8^2 + 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot (3,2^2 + 3,2 \cdot 0,8 + 0,8^2) + 2,5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,2^2 + 2,0 \cdot 5 \cdot 1^2 = 62,586667$$

$$\delta'_{12} = 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left[ \frac{4}{7} \cdot (2 \cdot 3,2 + 0,8) \right] = 2,7428571$$

$$\delta'_{22} = 1,0 \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 = 2,3333333$$

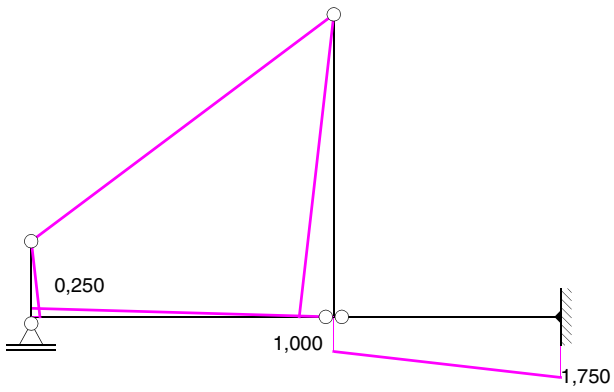
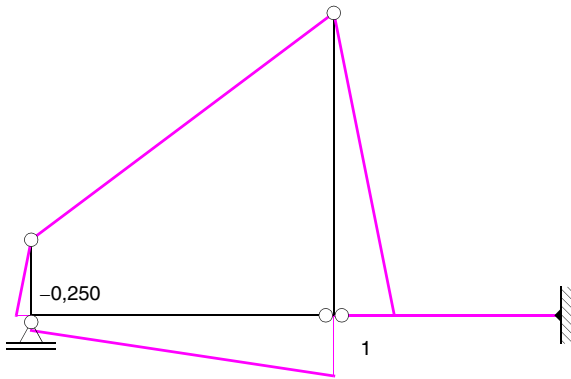
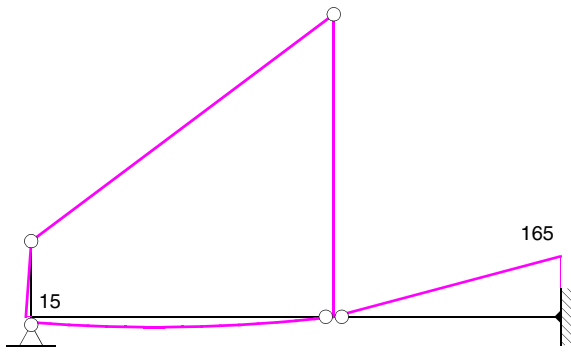
$$\delta'_{10} = 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 34,286 \cdot (2 \cdot 3,2 + 0,8) + 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 20 \cdot (0,8 + 3,2) - 2,5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,2 \cdot 60 = -368,76053$$

$$\delta'_{20} = 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 34,286 \cdot \frac{4}{7} + 1,0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot 20 + 1,0 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot 94,286 \cdot \left( 2 \cdot \frac{4}{7} + 1 \right) = 142,38148$$

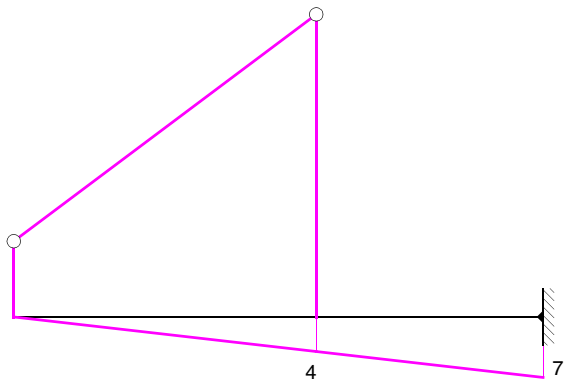
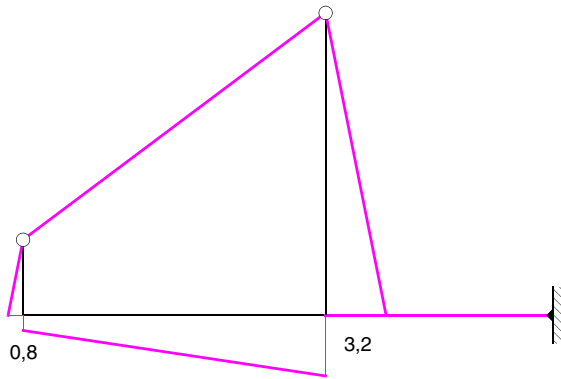
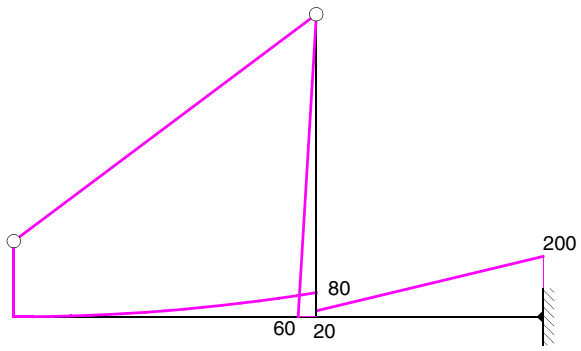
$$\begin{bmatrix} 62,586667 & 2,7428571 \\ 2,7428571 & 2,3333333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -368,76053 \\ 142,38148 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9,0314967 \\ 71,637249 \end{bmatrix}$$



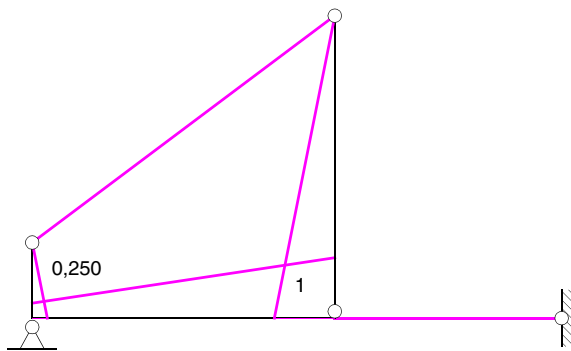
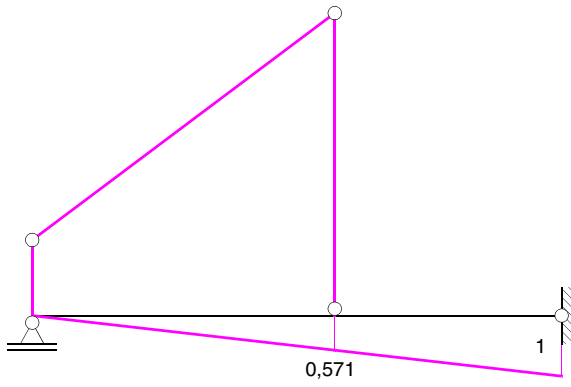
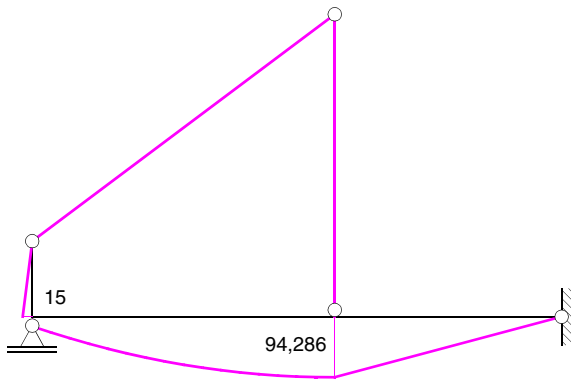
alternatives HS



alternatives HS



alternatives HS



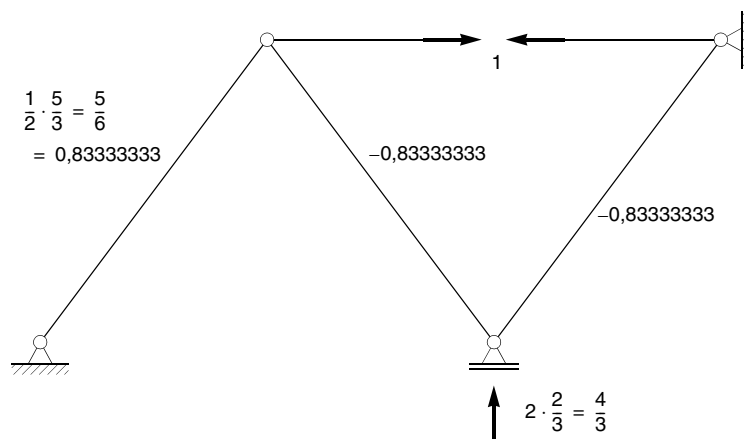
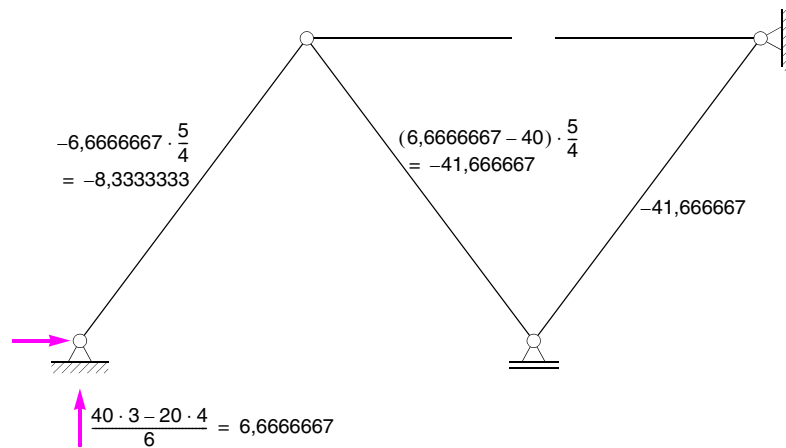
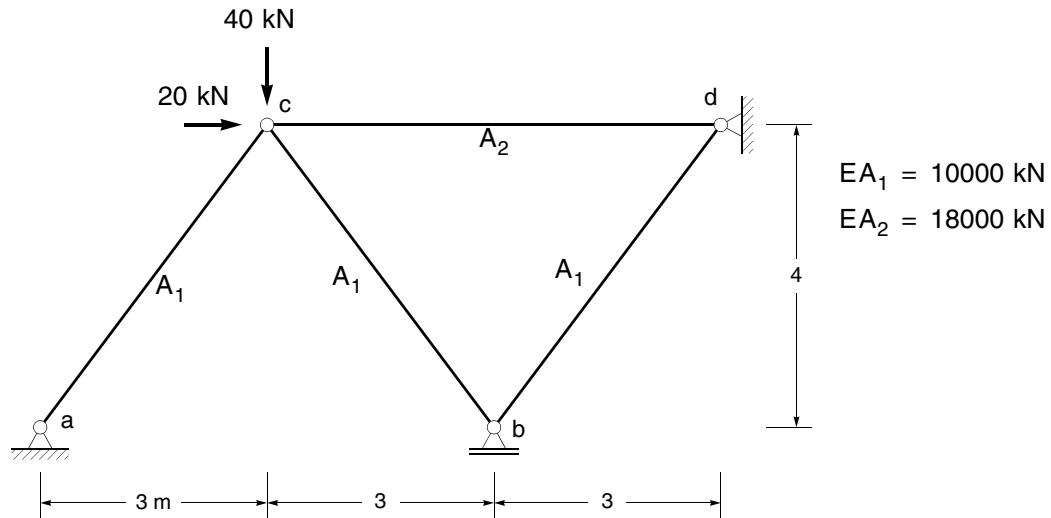
## Aufgabe 7 (12 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System.

7.1 Ermitteln Sie die Normalkräfte in den Stäben infolge der angegebenen Kraft.

7.2 Ermitteln Sie die Normalkräfte in den Stäben infolge einer Senkung des Auflagerpunktes b um 3 cm.

Die Verläufe der Normalkräfte brauchen nicht gezeichnet zu werden.

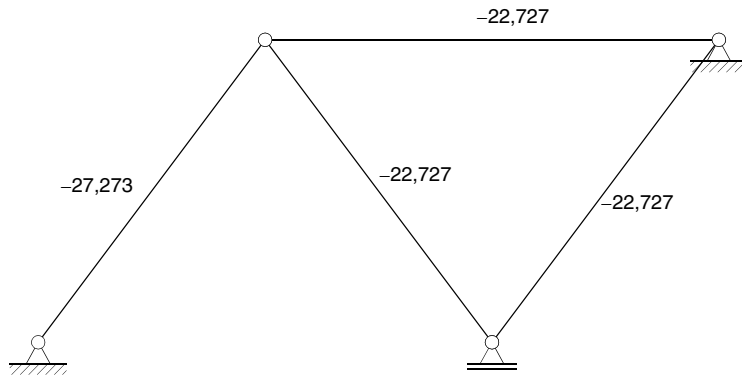


$$\delta'_{11} = 1,0 \cdot 6 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1,8 \cdot 5 \cdot 0,83333333^2 = 24,75$$

$$\delta'_{10} = -1,8 \cdot 5 \cdot 0,83333333 \cdot 8,33333333 + 2 \cdot 1,8 \cdot 5 \cdot 0,83333333 \cdot 41,666667 = 562,5$$

$$X = \frac{562,5}{24,75} = -22,727273$$

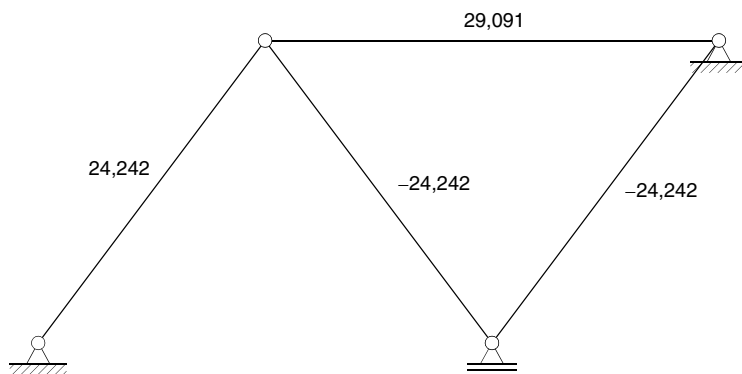
$$\begin{bmatrix} N_{ac} \\ N_{cb} \\ N_{bd} \\ N_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,33333333 & 0,83333333 \\ -41,666667 & -0,83333333 \\ -41,666667 & -0,83333333 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -22,727273 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27,272727 \\ -22,727273 \\ -22,727273 \\ -22,727273 \end{bmatrix}$$



$$\delta'_{10} = 18000 \cdot \left[ -\frac{4}{3} \cdot 0,03 \right] = -720$$

$$X = \frac{-720}{24,75} = 29,090909$$

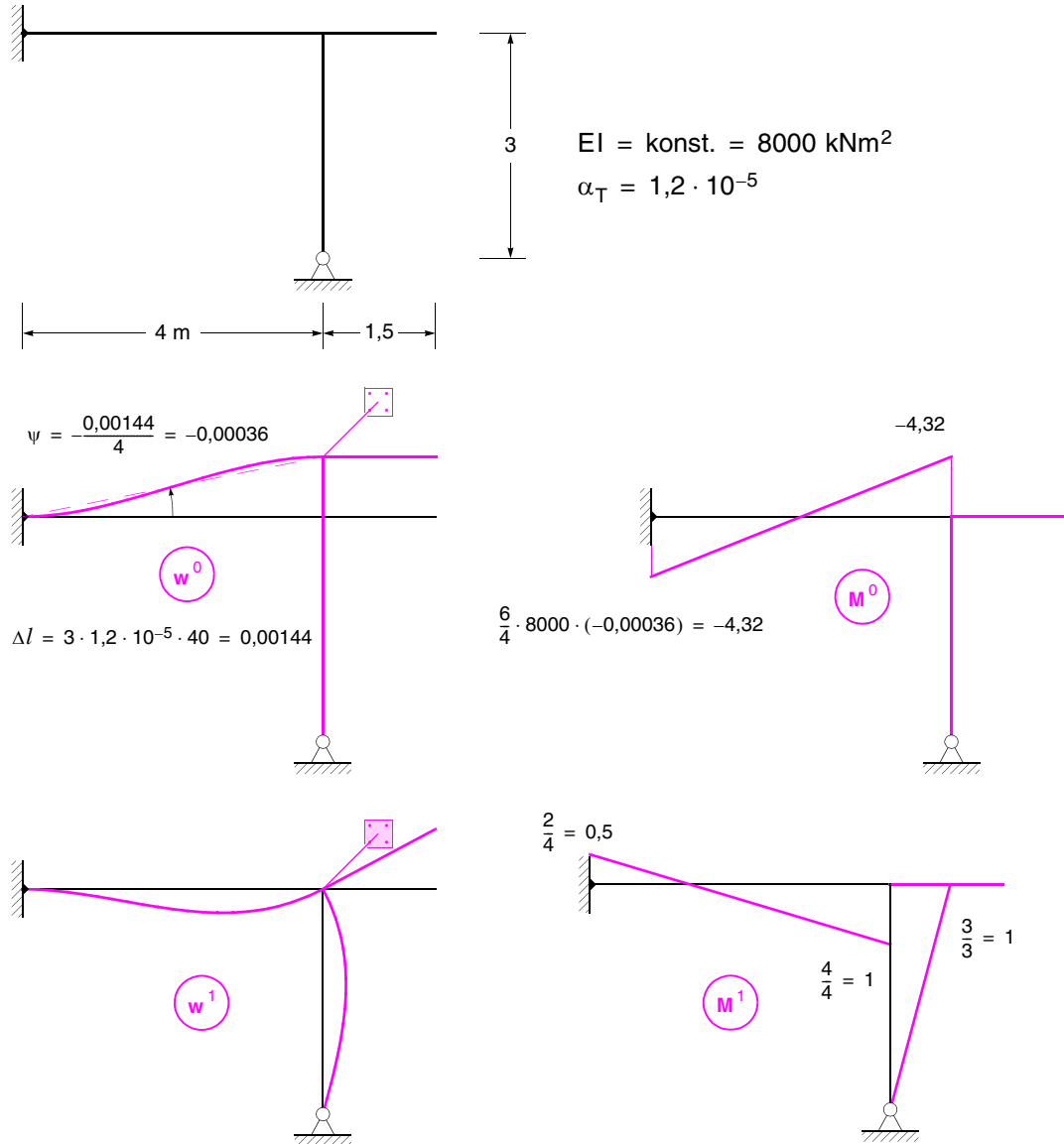
$$\begin{bmatrix} N_{ac} \\ N_{cb} \\ N_{bd} \\ N_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,83333333 \\ -0,83333333 \\ -0,83333333 \\ 1 \end{bmatrix} [29,090909] = \begin{bmatrix} 24,242424 \\ -24,242424 \\ -24,242424 \\ 29,090909 \end{bmatrix}$$



### Aufgabe 8 (8 Punkte)

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen. Ermitteln Sie die vertikale Verschiebung der Kragarmspitze infolge einer gleichmäßigen Erwärmung des Stiels um  $40^\circ$ . Die Momentenlinie braucht **nicht** berechnet zu werden.

Für die Einheits- und Lastzustände sind  $w$  und  $M$  darzustellen.



$$\sum M = (1 + 1) \cdot Y_1 - 4,32 = 0 \Rightarrow Y_1 = 2,16$$

$$\delta_v = \frac{2,16}{8000} \cdot 1,5 + 0,00144 = 0,000405 + 0,00144 = 0,001845$$

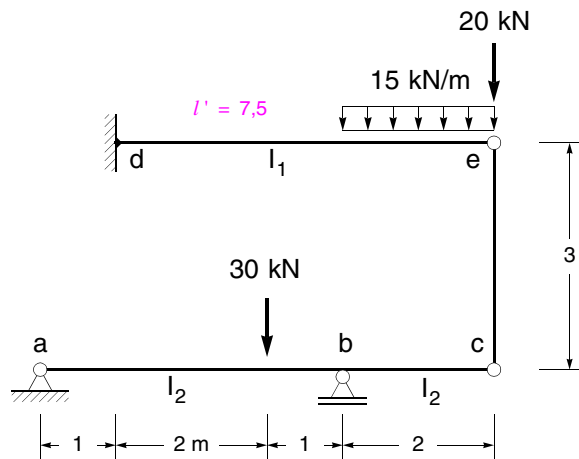
## Aufgabe 9 (16 Punkte)

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.

9.1 Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

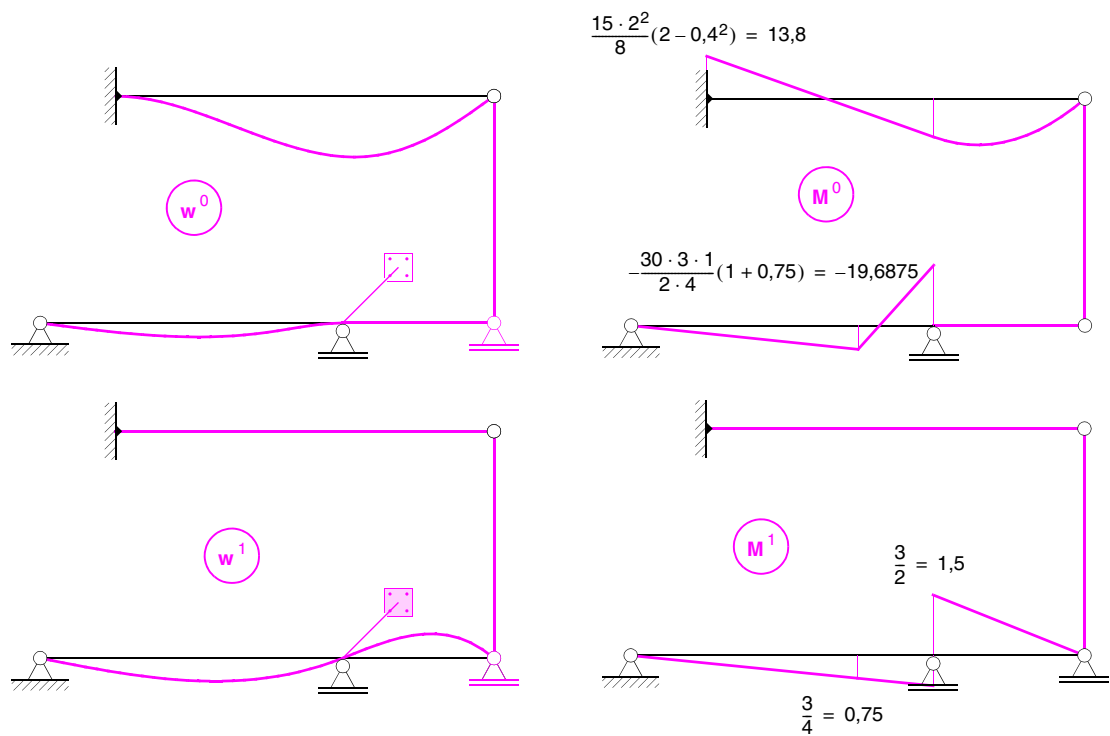
9.2 Ermitteln Sie alle Auflagerkräfte infolge der angegebenen Belastung aus der Momentenlinie nach 9.1.

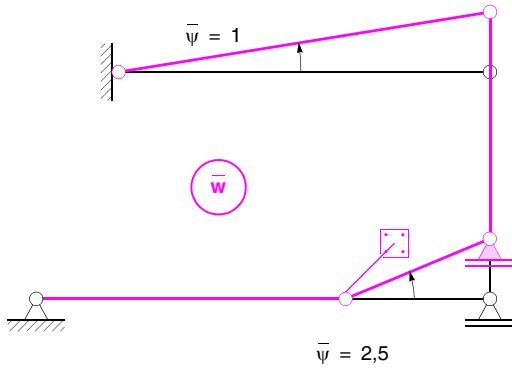
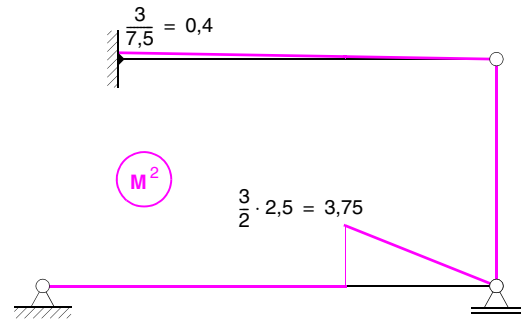
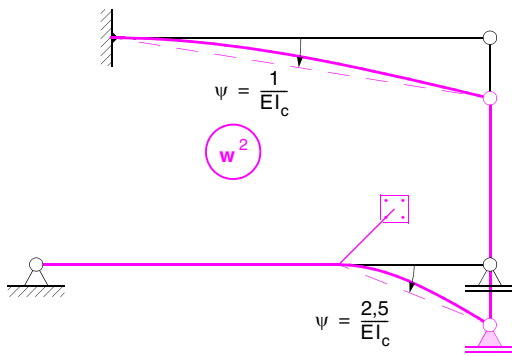
Für die Einheits- und Lastzustände sind  $w$  und  $M$  darzustellen.



$$EI_1 = 20000 \text{ kNm}^2$$

$$EI_2 = 30000 \text{ kNm}^2$$





$$\sum M_c = (0,75 + 1,5) \cdot Y_1 + 3,75 \cdot Y_2 - 19,6875 = 0$$

$$\sum \bar{W} = 1,5 \cdot 2,5 \cdot Y_1 + (3,75 \cdot 2,5 + 0,4 \cdot 1) \cdot Y_2 + 13,8 \cdot 1 - 15 \cdot 2 \cdot 4 - 20 \cdot 5 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2,25 & 3,75 \\ 3,75 & 9,775 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -19,6875 \\ -206,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -73,229905 \\ 49,187943 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{de} \\ M_{ba} \\ M_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,8 & 0 & 0,4 \\ -19,6875 & 0,75 & 0 \\ 0 & 1,5 & 3,75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -73,229905 \\ 49,187943 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33,475177 \\ -74,609929 \\ 74,609929 \end{bmatrix}$$

