

Modulprüfung Baustatik II am 14. Mai 2010

Name:

Matr.-Nr.:

In dieser Klausur werden 8 Aufgaben mit insgesamt 60 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten.

Teil 1: 20 Minuten ohne Unterlagen, 13 erreichbare Punkte.

Teil 2: 100 Minuten mit Unterlagen, 47 erreichbare Punkte.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte						18	22	7	

Modulprüfung Baustatik II am 14. Mai 2010
Teil 1, 20 Minuten (ohne Unterlagen)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Die nachfolgend angegebenen Gleichungen beziehen sich auf ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Balken. Geben Sie die mechanische Bedeutung dieser Gleichungen an.

$$1. \int M' \bar{w}' dx + \int H w' \bar{w}' dx + \int k_B w \bar{w} dx + \sum k_F w \bar{w} - \int q \bar{w} dx = 0$$

$$2. \int w' \bar{M}' dx - \int \frac{M}{EI} \bar{M} dx - \sum \frac{M \bar{M}}{k_M} = 0$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

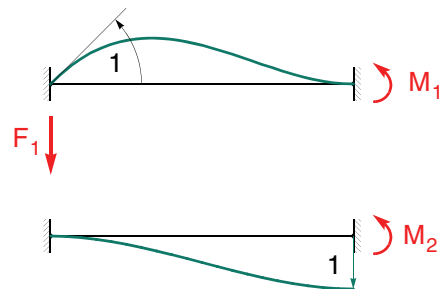
Wie wirken sich Normalkräfte bei einer Berechnung nach Theorie II. Ordnung auf die Tragwerkssteifigkeit aus? Unterscheiden Sie zwischen Druck- und Zugkräften.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Gegeben ist die Steifigkeitsmatrix eines Balkens. Tragen Sie die in den skizzierten Verformungszuständen angegebenen Kraftgrößen entsprechend ihrer mechanischen Bedeutung in die Matrix ein.

$\mathbf{k} =$



Modulprüfung Baustatik II am 14. Mai 2010 Teil 2, 100 Minuten (mit Unterlagen)

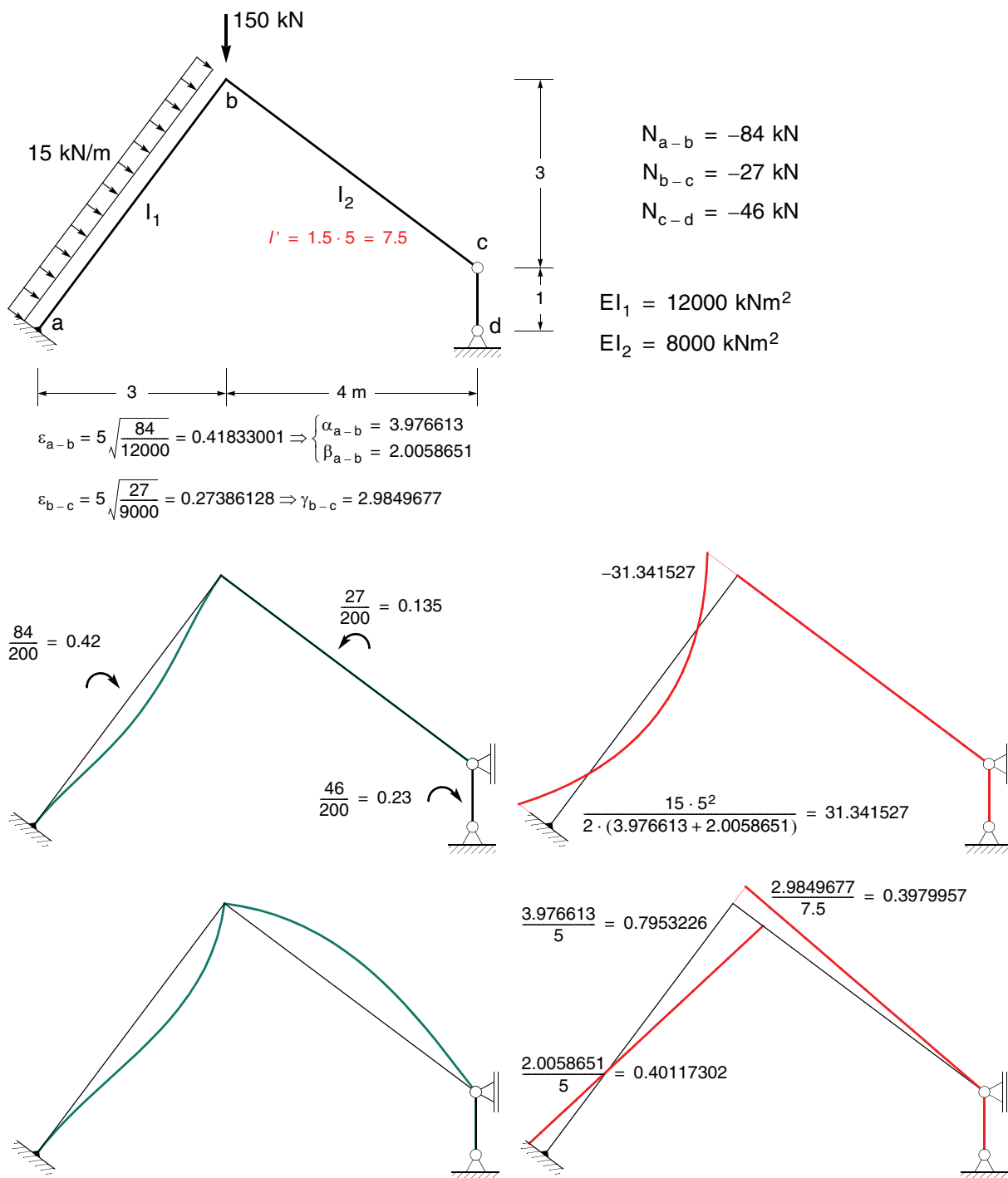
Aufgabe 5 (18 Punkte)

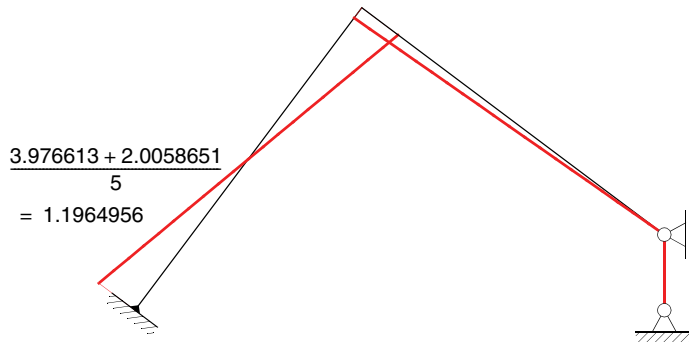
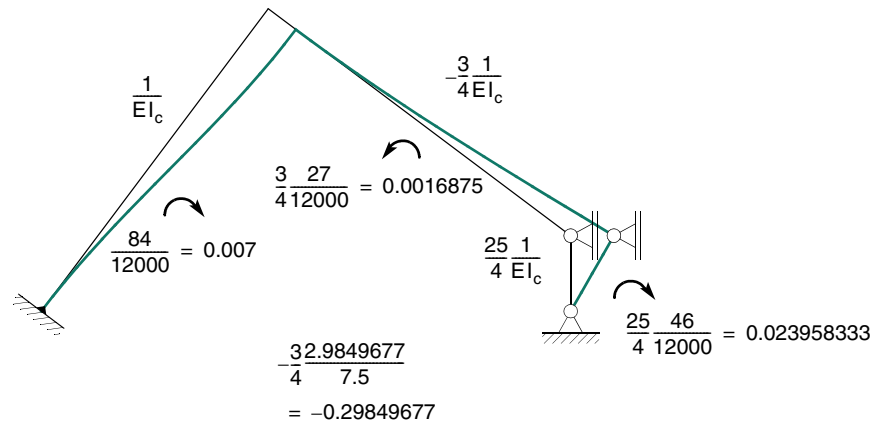
Das nachfolgend dargestellte System ist nach der Spannungstheorie II. Ordnung mit dem Drehwinkelverfahren unter Berücksichtigung der genauen Biegeformkoeffizienten zu berechnen.

In allen Stäben, in denen ein Stabsehnendrehwinkel auftreten kann, ist eine ungünstig wirkende geometrische Imperfektion in Form einer Stabdrehung $\psi_0 = 1/200$ [rad] zu berücksichtigen.

Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

Führen Sie nur einen Iterationsschritt mit den angegebenen Längskräften durch.



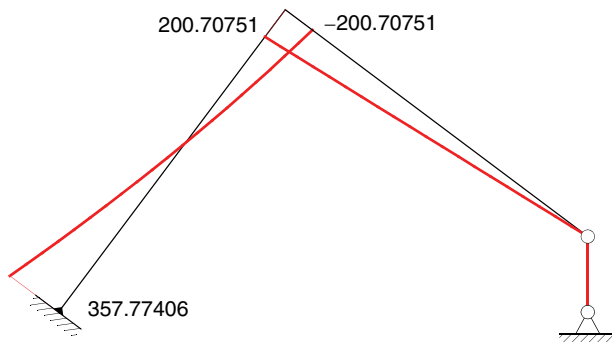


$$\sum M = (0.7953226 + 0.3979957)Y_1 + (-0.29849677 + 1.1964956) \cdot Y_2 - 31.341527 = 0$$

$$\begin{aligned} \sum \bar{W} = & \left((0.40117302 + 0.7953226) \cdot 1 + 0.3979957 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \right) \cdot Y_1 \\ & + \left(2 \cdot 1.1964956 \cdot 1 + (-0.29849677) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - 0.007 \cdot 5 \cdot 1 - 0.0016875 \cdot 5 \cdot \frac{3}{4} - 0.023958333 \cdot 1 \cdot \frac{25}{4} \right) \cdot Y_2 \\ & - 15 \cdot 5 \cdot 2.5 - 150 \cdot 1 \cdot 3 - 0.42 \cdot 5 \cdot 1 - 0.135 \cdot 5 \cdot \frac{3}{4} - 0.23 \cdot 1 \cdot \frac{25}{4} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1.1933183 & 0.89799884 \\ 0.89799884 & 2.4257961 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31.341527 \\ 641.54375 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1615878 & -0.43000503 \\ -0.43000503 & 0.57141819 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 31.341527 \\ 641.54375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -239.4611 \\ 353.11275 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{ba} \\ M_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31.341527 & 0.40117302 & 1.1964956 \\ -31.341527 & 0.7953226 & 1.1964956 \\ 0 & 0.3979957 & -0.29849677 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -239.4611 \\ 353.11275 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 357.77406 \\ 200.70751 \\ -200.70751 \end{bmatrix}$$



Aufgabe 6 (22 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach Theorie II. Ordnung näherungsweise mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen zu berechnen.

Es ist ein Ansatz mit zwei Freiwerten über den gesamten Bereich zu wählen.

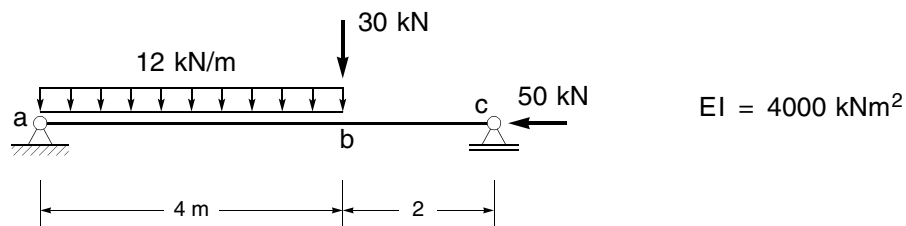
Ansatzfunktionen:

$$\varphi_1 = -18x + 9x^2 - x^3$$

$$\varphi_2 = -6x + x^2$$

6.1 Berechnen Sie die Verschiebung des Punktes b

6.2 Berechnen Sie die Längskraft, bei der das System ausknickt und geben Sie die Abweichung von der exakten Lösung an.



$$w(x) = a\varphi_1 + b\varphi_2$$

$$\varphi_1 = -18x + 9x^2 - x^3$$

$$\varphi_1' = 18x - 3x^2 - 18$$

$$\varphi_1'' = -6x + 18$$

$$\varphi_2 = -6x + x^2$$

$$\varphi_2' = 2x - 6$$

$$\varphi_2'' = 2$$

$$\int EI w'' \bar{w}'' dx + \int H w' \bar{w}' dx - \int q \bar{w} dx = 0$$

$$\int_0^6 \varphi_1''^2 dx = \int_0^6 (-6x + 18)^2 dx = 648$$

$$\int_0^6 \varphi_2'' \varphi_1'' dx = \int_0^6 (-6x + 18) 2 dx = 0$$

$$\int_0^6 \varphi_2''^2 dx = \int_0^6 2^2 dx = 24$$

$$\int_0^6 \varphi_1'^2 dx = \int_0^6 (18x - 3x^2 - 18)^2 dx = 388.8$$

$$\int_0^6 \varphi_2' \varphi_1' dx = \int_0^6 (18x - 3x^2 - 18)(2x - 6) dx = 0$$

$$\int_0^6 \varphi_2'^2 dx = \int_0^6 (2x - 6)^2 dx = 72$$

$$\int_0^4 \varphi_1 dx = \int_0^4 (-18x + 9x^2 - x^3) dx = -16$$

$$\int_0^4 \varphi_2 dx = \int_0^4 (-6x + x^2) dx = -26.666667$$

$$\varphi_1(4) = -18(4) + 9(4^2) - 4^3 = 8$$

$$\varphi_2(4) = -6(4) + 4^2 = -8$$

Arbeit auf \bar{w}_1

$$EI \int (a\varphi_1'' + b\varphi_2'') \varphi_1' dx + H \int (a\varphi_1' + b\varphi_2') \varphi_1' dx - q \int \varphi_1 dx = 0$$

$$EI \left(a \int \varphi_1''^2 dx + b \int \varphi_2' \varphi_1' dx \right) + H \left(a \int \varphi_1' \varphi_1' dx + b \int \varphi_2' \varphi_1' dx \right) - q \int \varphi_1 dx = 0$$

$$a \left(EI \int \varphi_1''^2 dx + H \int \varphi_1' \varphi_1' dx \right) + b \left(EI \int \varphi_2' \varphi_1' dx + H \int \varphi_2' \varphi_1' dx \right) - q \int \varphi_1 dx = 0$$

$$(4000(648) - 50(388.8))a - 12(-16) - 8(30) = 0$$

$$2572560a - 48 = 0$$

$$a = 1.8658457 \cdot 10^{-5}$$

Arbeit auf \bar{w}_2

$$EI \int (a\varphi_1'' + b\varphi_2'') \varphi_2' dx + H \int (a\varphi_1' + b\varphi_2') \varphi_2' dx - q \int \varphi_2 dx = 0$$

$$EI \left(a \int \varphi_2'' \varphi_1' dx + b \int \varphi_2''^2 dx \right) + H \left(a \int \varphi_2' \varphi_1' dx + b \int \varphi_2'^2 dx \right) - q \int \varphi_2 dx = 0$$

$$a \left(EI \int \varphi_2'' \varphi_1' dx + H \int \varphi_2' \varphi_1' dx \right) + b \left(EI \int \varphi_2''^2 dx + H \int \varphi_2'^2 dx \right) - q \int \varphi_2 dx = 0$$

$$(4000(24) - 50(72))b - 12(-26.666667) - (-8)(30) = 0$$

$$92400b + 560 = 0$$

$$b = -0.0060606061$$

$$w(x) = 1.8658457 \cdot 10^{-5} \cdot (-18x + 9x^2 - x^3) + (-0.0060606061)(-6x + x^2)$$

$$w(x) = -1.8658457 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 0.036027784x - 0.0058926799x^2$$

$$w(4) = 0.048634116$$

$$(4000(648) - H(388.8))a = 0$$

$$H = \frac{2592000}{388.8} = 6666.6667$$

$$(4000(24) - H(72))b = 0$$

$$92400b + 560 = 0$$

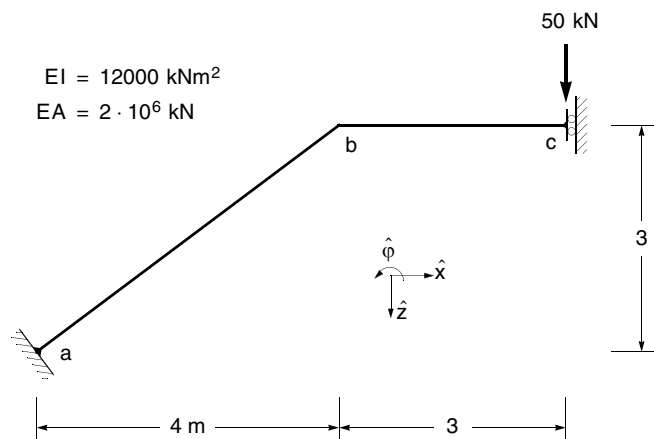
$$H = \frac{96000}{72} = 1333.3333$$

$$\frac{\pi^2 \cdot 4000}{6^2} = 1096.6227$$

Aufgabe 7 (7 Punkte)

Das dargestellte System ist nach dem allgemeinen Weggrößenverfahren zu berechnen. Die Steifigkeitsmatrix des Stabes b - c ist gegeben.

- 7.1 Ermitteln Sie die Steifigkeitsmatrix des Stabes a - b bezüglich des angegebenen globalen Koordinatensystems.
- 7.2 Ermitteln Sie die Gesamtsteifigkeitsmatrix sowie den zugehörigen Lastvektor bezüglich des angegebenen globalen Koordinatensystems. Das Gleichungssystem soll **nicht** gelöst werden.



$$\hat{\mathbf{k}}_{b-c} = \begin{bmatrix} 666666.67 & 0 & 0 & -666666.67 & 0 & 0 \\ 0 & 5333.33 & -8000 & 0 & -5333.33 & -8000 \\ 0 & -8000 & 16000 & 0 & 8000 & 8000 \\ -666666.67 & 0 & 0 & 666666.67 & 0 & 0 \\ 0 & -5333.33 & 8000 & 0 & 5333.33 & 8000 \\ 0 & -8000 & 8000 & 0 & 8000 & 16000 \end{bmatrix}$$

- Stab a - b

$$\begin{bmatrix} 400000 & 0 & 0 & -400000 & 0 & 0 \\ 0 & 1152 & -2880 & 0 & -1152 & -2880 \\ 0 & -2880 & 9600 & 0 & 2880 & 4800 \\ -400000 & 0 & 0 & 400000 & 0 & 0 \\ 0 & -1152 & 2880 & 0 & 1152 & 2880 \\ 0 & -2880 & 4800 & 0 & 2880 & 9600 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 400000 & 0 & 0 \\ 0 & 1152 & 2880 \\ 0 & 2880 & 9600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 256414.72 & -191447.04 & 1728 \\ -191447.04 & 144737.28 & 2304 \\ 1728 & 2304 & 9600 \end{bmatrix}$$

- Gesamtmatrix

$$\begin{bmatrix} 666666.67 + 256414.72 & 0 - 191447.04 & 0 + 1728 & 0 \\ 0 - 191447.04 & 5333.33 + 144737.28 & -8000 + 2304 & -5333.33 \\ 0 + 1728 & -8000 + 2304 & 16000 + 9600 & 8000 \\ 0 & -5333.33 & 8000 & 5333.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 923081.39 & -191447.04 & 1728 & 0 \\ -191447.04 & 150070.61 & -5696 & -5333.33 \\ 1728 & -5696 & 25600 & 8000 \\ 0 & -5333.33 & 8000 & 5333.33 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 923081.39 & -191447.04 & 1728 & 0 \\ -191447.04 & 150070.61 & -5696 & -5333.33 \\ 1728 & -5696 & 25600 & 8000 \\ 0 & -5333.33 & 8000 & 5333.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_b \\ w_b \\ \varphi_b \\ w_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$