HOCHSCHULE WISMAR
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Bereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. R. Dallmann

Modulprüfung Baustatik II am 18. Juli 2011

Name: . . . .

Matr.-Nr.: . . . .

In dieser Klausur werden 6 Aufgaben mit insgesamt 60 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten.

Teil 1: 20 Minuten ohne Unterlagen, 13 erreichbare Punkte.

Teil 2: 100 Minuten mit Unterlagen, 47 erreichbare Punkte.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

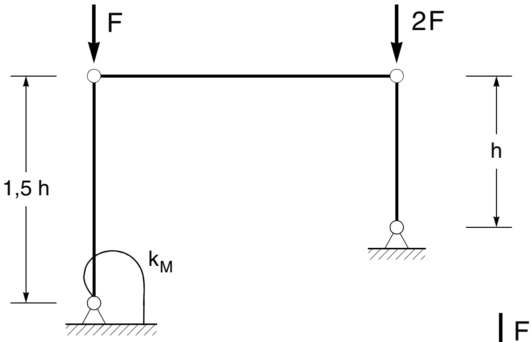
Modulprüfung Baustatik II am 18. Juli 2011
Teil 1, 20 Minuten (ohne Unterlagen)

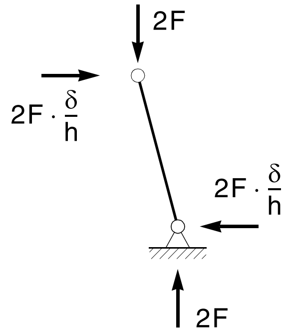
Aufgabe 1 (3 Punkte)

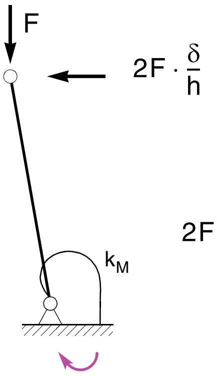
Erläutern Sie den Unterschied zwischen *Hermite-Polynomen und Lagrange-Polynomen.*

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System. Alle Stäbe sind starr. Ermitteln Sie die erforderliche Federsteifigkeit k_M, damit das System nicht versagt.







$$2F \cdot \frac{\delta}{h} \cdot 1.5h + F \cdot \delta = k_M \cdot \frac{\delta}{1.5h}$$

$$2F \cdot 1.5 + F = \frac{k_M}{1.5h}$$

$$k_M = 4F \cdot 1.5h = 6Fh$$

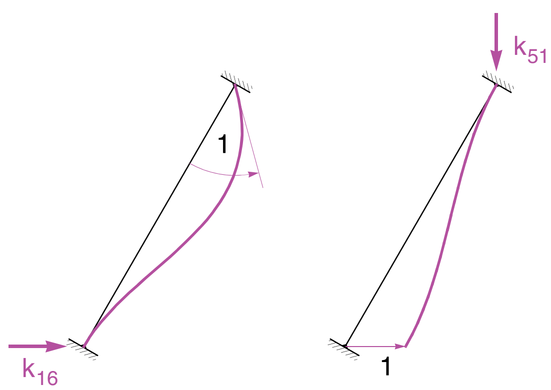
Aufgabe 3 (6 Punkte)

Für den nachfolgend dargestellten Stab ist die auf das globale Koordinatensystem bezogene Steifigkeitsmatrix schematisch angegeben.

Skizzieren Sie die Verformungszustände, mit der die angegebenen Matrixelemente ermittelt werden können.

Tragen Sie die Matrixelemente entsprechend ihrer mechanischen Bedeutung in die skizzierten Verformungszustände ein.

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} & & & & & k_{16} \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ k_{51} & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$



Modulprüfung Baustatik II am 18. Juli 2011
Teil 2, 100 Minuten (mit Unterlagen)

Aufgabe 4 (17 Punkte)

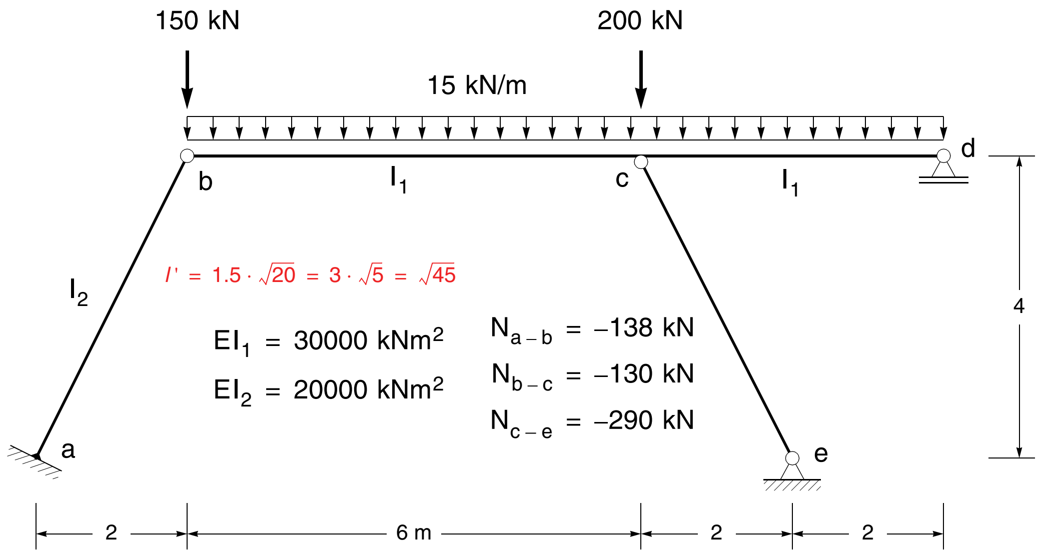
Das nachfolgend dargestellte System ist nach der Spannungstheorie II. Ordnung mit dem Drehwinkelverfahren unter Berücksichtigung der genauen Biegeformkoeffizienten zu berechnen.

In allen Stäben, in denen ein Stabsehnendrehwinkel auftreten kann, ist eine ungünstig wirkende geometrische Imperfektion in Form einer Stabdrehung $\psi_0 = 1/200$ [rad] zu berücksichtigen.

Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

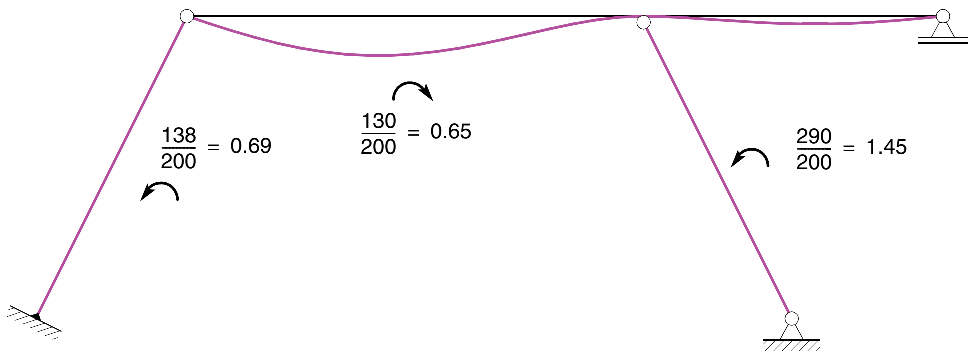
Führen Sie nur einen Iterationsschritt mit den angegebenen Längskräften durch.

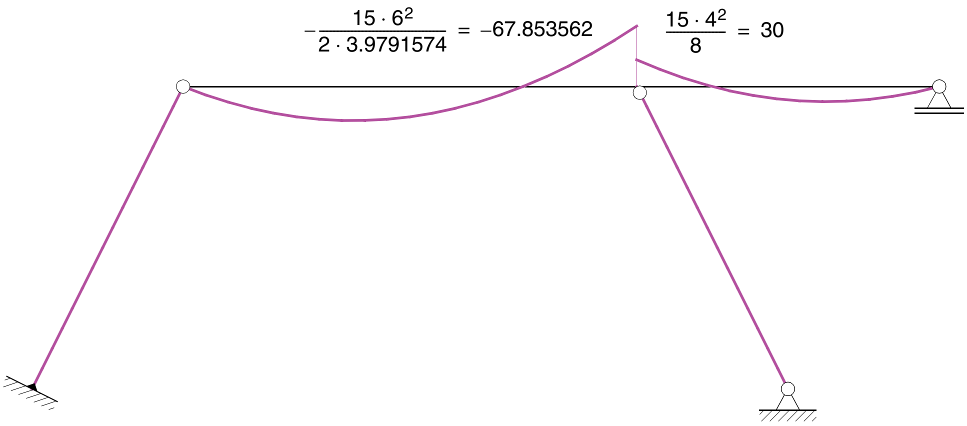
Eine Berechnung nach Theorie I. Ordnung ergab eine Verschiebung des Riegels nach links.



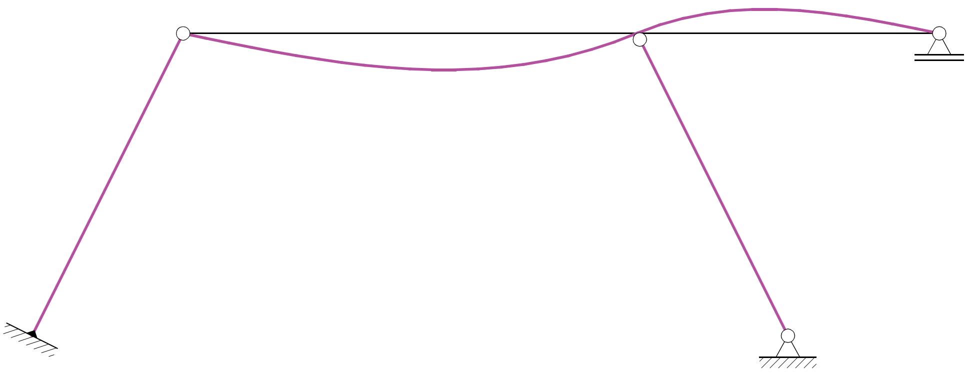
$$\varepsilon_{a-b} = \sqrt{20}\sqrt{\frac{138}{20000}} = 0.37148351 \Rightarrow \gamma_{a-b} = 2.9722905$$

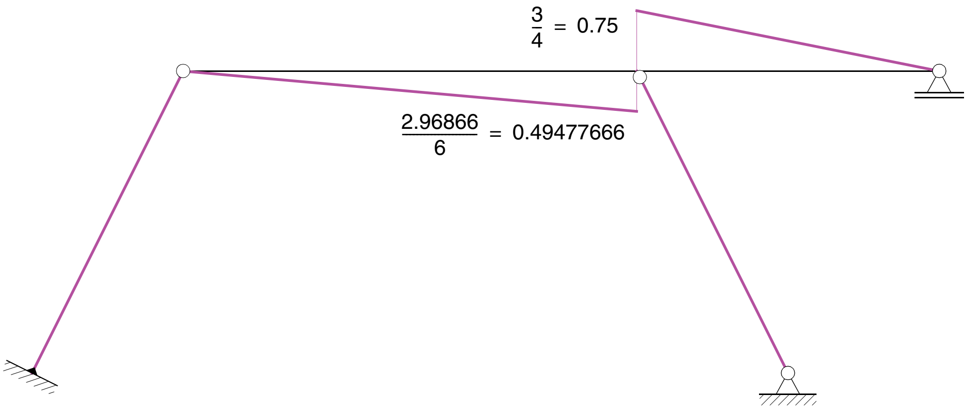
$$\varepsilon_{b-c} = 6\sqrt{\frac{130}{30000}} = 0.39496835 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{b-c} = 3.9791574 \\ \gamma_{b-c} = 2.96866 \end{cases}$$



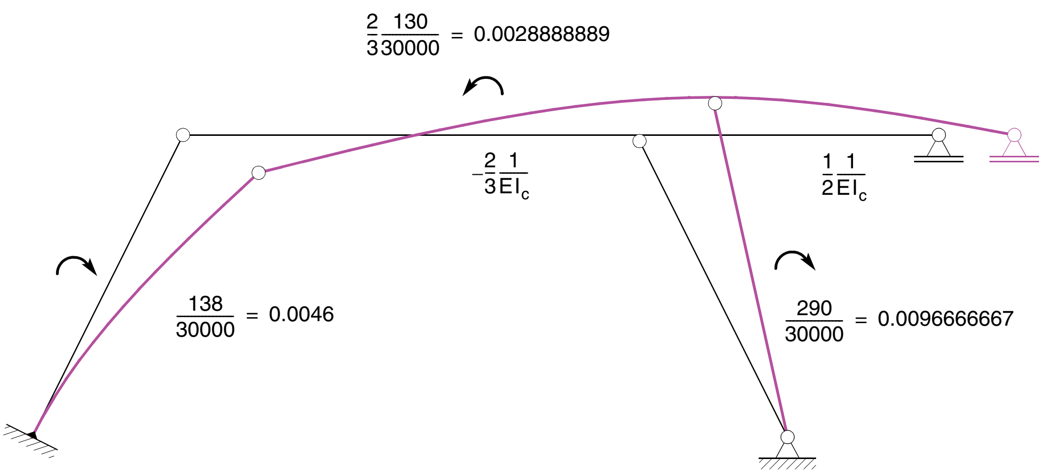


$-\frac{15 \cdot 6^2}{2 \cdot 3.9791574} = -67.853562$
$\frac{15 \cdot 4^2}{8} = 30$

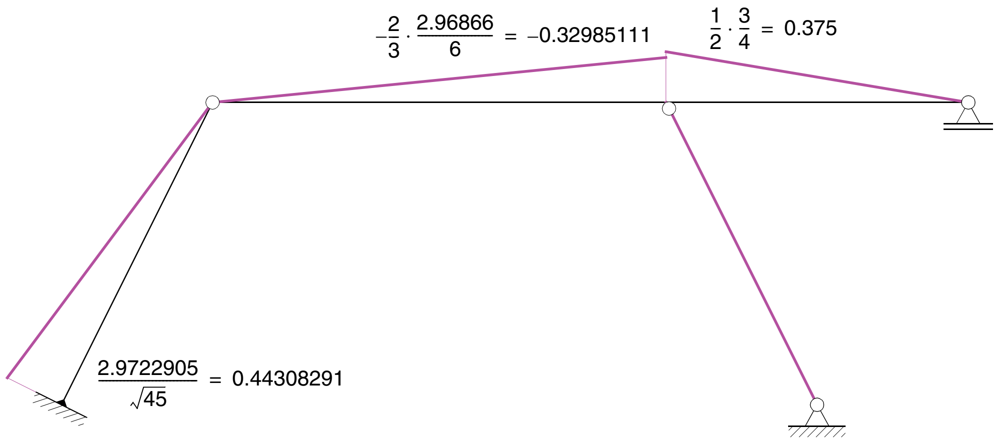




$\frac{3}{4} = 0.75$
$\frac{2.96866}{6} = 0.49477666$



$\frac{2}{3}\frac{130}{30000} = 0.0028888889$
$-\frac{2}{3}\frac{1}{EI_c}$
$\frac{1}{2}\frac{1}{EI_c}$
$\frac{138}{30000} = 0.0046$
$\frac{290}{30000} = 0.0096666667$



$$\sum M = (0.49477666 + 0.75) Y_1 + (-0.32985111 + 0.375) \cdot Y_2 - 67.853562 + 30 = 0$$

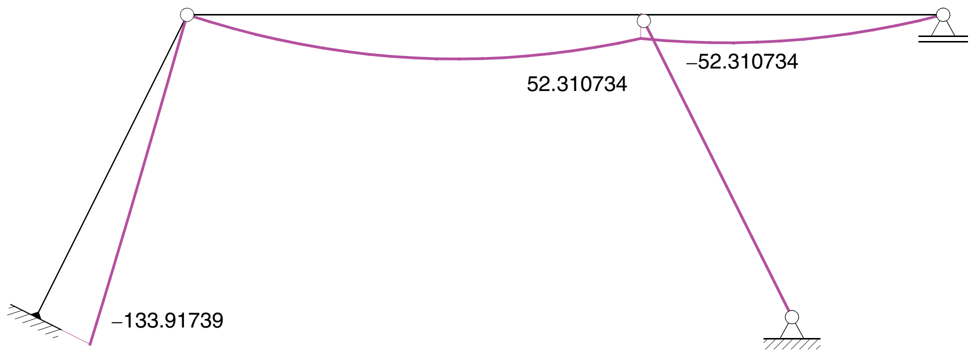
$$\sum \overline{W} = \left(0.49477666 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 0.75 \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot Y_1 + \left(0.44308291 \cdot 1 + (-0.32985111) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 0.375 \cdot \frac{1}{2}\right.$$

$$\left. - 0.0046 \cdot \sqrt{20} \cdot 1 - 0.0028888889 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} - 0.0096666667 \cdot \sqrt{20} \cdot 1\right) \cdot Y_2$$

$$- 67.853562 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 30 \cdot \frac{1}{2} + 15 \cdot 4 \cdot 1 + 200 \cdot 2 - 150 \cdot 2 + 0.69 \cdot \sqrt{20} \cdot 1 + 0.65 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} + 1.45 \cdot \sqrt{20} \cdot 1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1.2447767 & 0.045148893 \\ 0.045148893 & 0.77512562 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37.853562 \\ -232.40608 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41.372373 \\ -302.24004 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ba} \\ M_{cb} \\ M_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.44308291 \\ -67.853562 & 0.49477666 & -0.32985111 \\ 30 & 0.75 & 0.375 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 41.372373 \\ -302.24004 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -133.91739 \\ 52.310734 \\ -52.310734 \end{bmatrix}$$



Aufgabe 5 (18 Punkte)

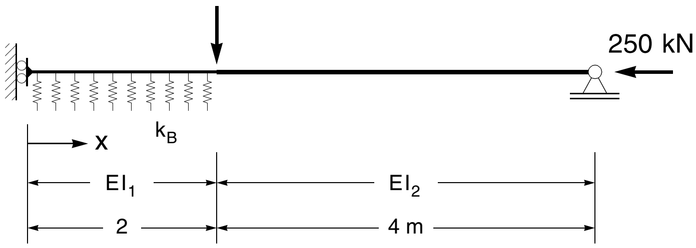
Das nachfolgend dargestellte System ist nach Theorie II. Ordnung näherungsweise mit dem gemischten Verfahren zu berechnen.

Für die Zustandsgrößen sind die angegebenen Ansatzfunktionen zu wählen.

Ansatzfunktion für w und M: $x^2 - 36$

5.1 Berechnen Sie die Verläufe $w(x)$ und $M(x)$ infolge der angegebenen Belastung nach der Spannungstheorie II. Ordnung.

5.2 Berechnen Sie die Längskraft, bei der das System ausknickt.



$EI_1 = 1000\ \text{kNm}^2$

$EI_2 = 5000\ \text{kNm}^2$

$k_B = 200\ \text{kN/m}^2$

$$w(x) = a \cdot (x^2 - 36)$$
$$w'(x) = a \cdot 2x$$
$$M(x) = b \cdot (x^2 - 36)$$
$$M'(x) = b \cdot 2x$$

$$\int M'\overline{w}'dx + H\int w'\overline{w}'dx + k_B\int w\overline{w}dx - F\overline{w} = 0$$

$$\int (b \cdot 2x)2xdx + H\int (a \cdot 2x)2xdx + k_B\int (a \cdot (x^2 - 36))(x^2 - 36)dx - F(2^2 - 36) = 0$$

$$4b\int_0^6 x^2dx + 4aH\int_0^6 x^2dx + ak_B\int_0^2 (x^2 - 36)^2dx + 32F = 0$$

$$\int_0^6 x^2dx = 72$$

$$\int_0^2 (x^2 - 36)^2dx = 2406.4$$

$$288b + 288Ha + 481280a + 1600 = 0$$
$$288b + (288H + 481280)a + 1600 = 0$$
$$288b + 409280a + 1600 = 0$$

$$\int w'\overline{M}'dx - \frac{1}{EI}\int M\overline{M}dx = 0$$

$$4a\int_0^6 x^2dx - \frac{b}{EI}\int_0^2 (x^2 - 36)^2dx = 0$$

$$288a - \frac{b}{EI_1}\int_0^2 (x^2 - 36)^2dx - \frac{b}{EI_2}\int_2^6 (x^2 - 36)^2dx = 0$$

$$\int_2^6 (x^2 - 36)^2dx = 1740.8$$

$$288a - \frac{b}{EI_1}2406.4 - \frac{b}{EI_2}1740.8 = 0$$

$$288a - 2.75456b = 0$$

$$\begin{bmatrix} 409280 & 288 \\ 288 & -2.75456 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1600 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0036413993 \\ -0.38072251 \end{bmatrix}$$

$$w(x) = -0.0036413993 \cdot (x^2 - 36) = -0.0036413993x^2 + 0.13109038$$

$$M(x) = -0.38072251 \cdot (x^2 - 36) = -0.38072251x^2 + 13.70601$$

$$288b + 288Ha + 481280a + 1600 = 0$$

$$288b + (288H + 481280)a + 1600 = 0$$

$$288b + 409280a + 1600 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 288H + 481280 & 288 \\ 288 & -2.75456 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(288H + 481280)(-2.75456) - 288^2 = 0$$

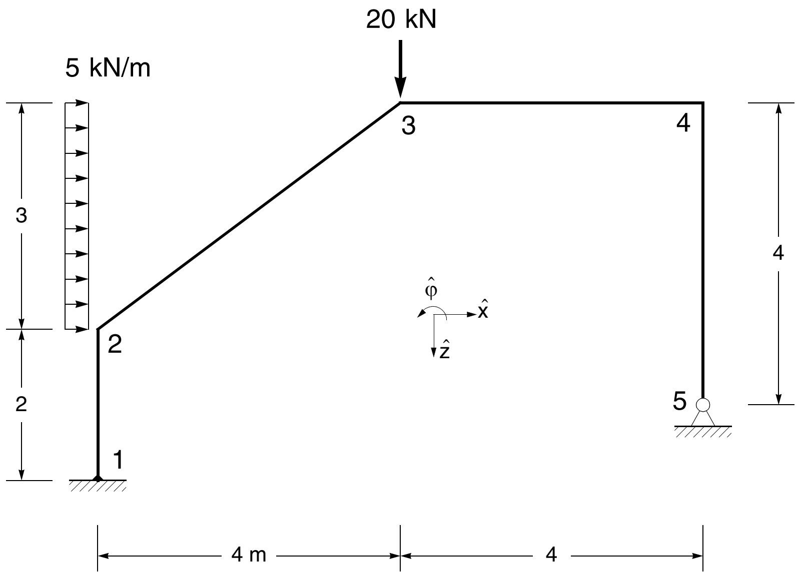
$$-793.31328H - 1408658.6 = 0$$

$$H = -1775.665$$

Aufgabe 6 (12 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach dem allgemeinen Weggrößenverfahren berechnet worden. Dabei ergaben sich die angegebenen globalen Knotenweggrößen.

Ermitteln Sie für den Stab 2 – 3 die Stabendschnittgrößen aus der angegebenen Lösung.
Die lokale Steifigkeitsmatrix des Stabes 2 – 3 ist gegeben.



Knoten	$\hat{u}$ [m]	$\hat{v}$ [m]	$\hat{\varphi}$ [rad]
1	0	0	0
2	$2.3757 \cdot 10^{-3}$	$1.2729 \cdot 10^{-5}$	$-2.0665 \cdot 10^{-3}$
3	$6.6733 \cdot 10^{-3}$	$5.7699 \cdot 10^{-3}$	$7.2503 \cdot 10^{-4}$
4	$6.6511 \cdot 10^{-3}$	$4.1209 \cdot 10^{-5}$	$3.0781 \cdot 10^{-4}$
5	0	0	$-2.6481 \cdot 10^{-3}$

$$\mathbf{k}_{2-3} = \begin{bmatrix} 240000 & 0 & 0 & -240000 & 0 & 0 \\ 0 & 1728 & -4320 & 0 & -1728 & -4320 \\ 0 & -4320 & 14400 & 0 & 4320 & 7200 \\ -240000 & 0 & 0 & 240000 & 0 & 0 \\ 0 & -1728 & 4320 & 0 & 1728 & 4320 \\ 0 & -4320 & 7200 & 0 & 4320 & 14400 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{s}}^0 = \begin{bmatrix} -\dfrac{5\cdot 3}{2} \\ 0 \\ \dfrac{5\cdot 3^2}{12} \\ -\dfrac{5\cdot 3}{2} \\ 0 \\ -\dfrac{5\cdot 3^2}{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.5 \\ 0 \\ 3.75 \\ -7.5 \\ 0 \\ -3.75 \end{bmatrix} \qquad \hat{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 2.3757\cdot 10^{-3} \\ 1.2729\cdot 10^{-5} \\ -2.0665\cdot 10^{-3} \\ 6.6733\cdot 10^{-3} \\ 5.7699\cdot 10^{-3} \\ 7.2503\cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T}\cdot\hat{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0023757 \\ 0.12729\times 10^{-4} \\ -0.0020665 \\ 0.0066733 \\ 0.0057699 \\ 0.00072503 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0018929226 \\ 0.0014356032 \\ -0.0020665 \\ 0.0018767 \\ 0.0086199 \\ 0.00072503 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}^0 = \mathbf{T}\cdot\hat{\mathbf{s}}^0 = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7.5 \\ 0 \\ 3.75 \\ -7.5 \\ 0 \\ -3.75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4.5 \\ 3.75 \\ -6 \\ -4.5 \\ -3.75 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 240000 & 0 & 0 & -240000 & 0 & 0 \\ 0 & 1728 & -4320 & 0 & -1728 & -4320 \\ 0 & -4320 & 14400 & 0 & 4320 & 7200 \\ -240000 & 0 & 0 & 240000 & 0 & 0 \\ 0 & -1728 & 4320 & 0 & 1728 & 4320 \\ 0 & -4320 & 7200 & 0 & 4320 & 14400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0018929226 \\ 0.0014356032 \\ -0.0020665 \\ 0.0018767 \\ 0.0086199 \\ 0.00072503 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -12 \\ -9 \\ 6.6666667 \\ -12 \\ -9 \\ -6.6666667 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.893424 \\ -6.6193145 \\ 6.4987782 \\ -3.893424 \\ 6.6193145 \\ 26.597794 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ -4.5 \\ 3.75 \\ -6 \\ -4.5 \\ -3.75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.106576 \\ -11.119314 \\ 10.248778 \\ -9.893424 \\ 2.1193145 \\ 22.847794 \end{bmatrix}$$